

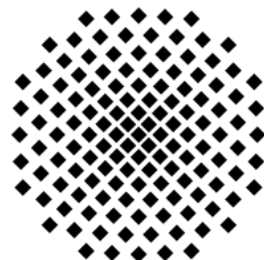
# Topologische Quantenspeicher

in  $\gtrsim 10$  Minuten

Sommerfest der Mathematik und Physik  
18. Juli 2014

Nicolai Lang

Institut für Theoretische Physik III  
Universität Stuttgart

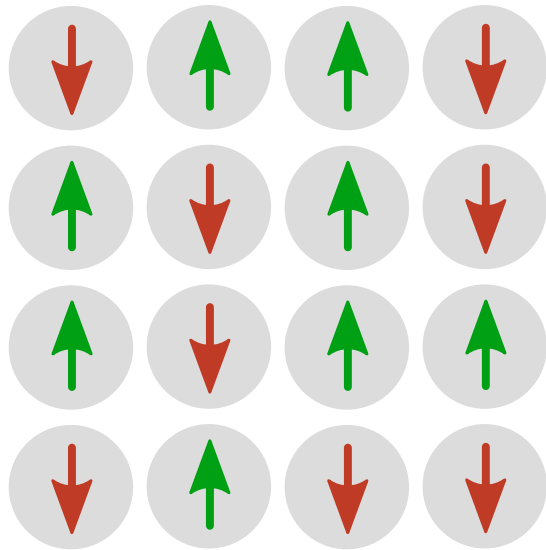


Was wir haben

# Was wir haben

Phasenübergänge in  $D > 1$  bei  $T > 0$

(Ising-Modell)

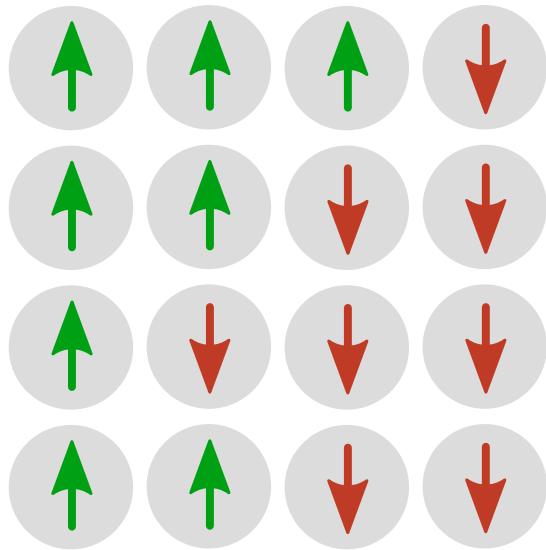


$T \rightarrow \infty$

# Was wir haben

Phasenübergänge in  $D > 1$  bei  $T > 0$

(Ising-Modell)

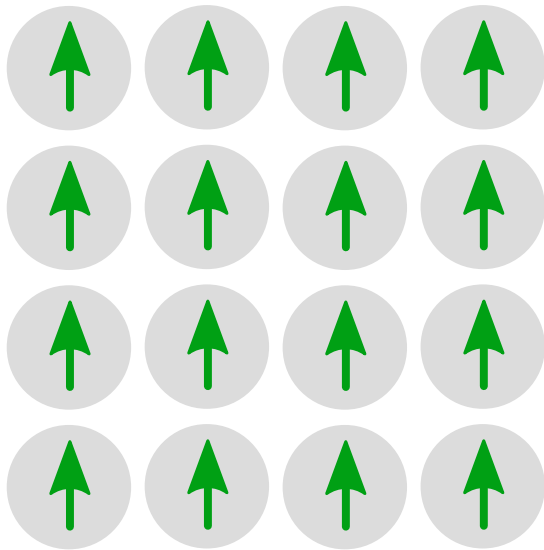


$$T = T_c$$

# Was wir haben

Phasenübergänge in  $D > 1$  bei  $T > 0$

(Ising-Modell)

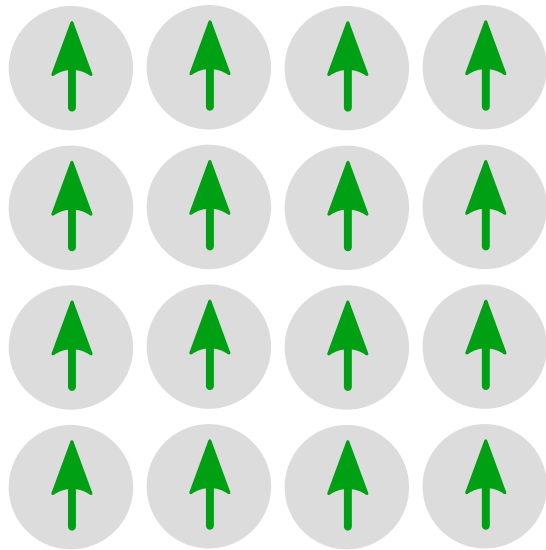


$T \rightarrow 0$

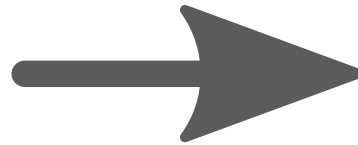
# Was wir haben

Phasenübergänge in  $D > 1$  bei  $T > 0$

(Ising-Modell)



$T \rightarrow 0$



"Selbstkorrigierende" klassische Speicher

(Festplatten)

# Was wir nicht haben

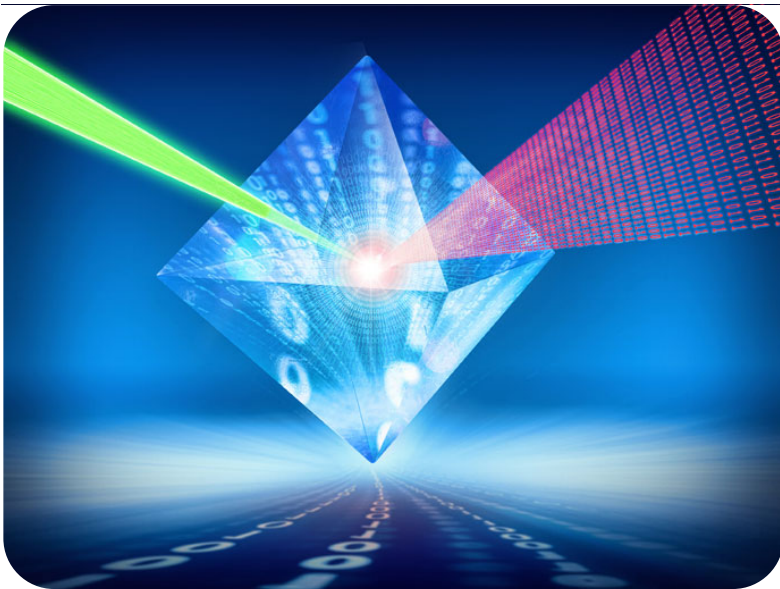
(aber gerne hätten)

# Was wir nicht haben

(aber gerne hätten)

Selbstkorrigierende Quantenspeicher

("Quanten-Festplatte")

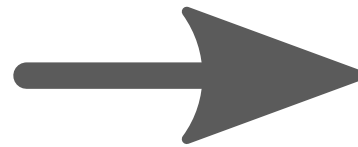
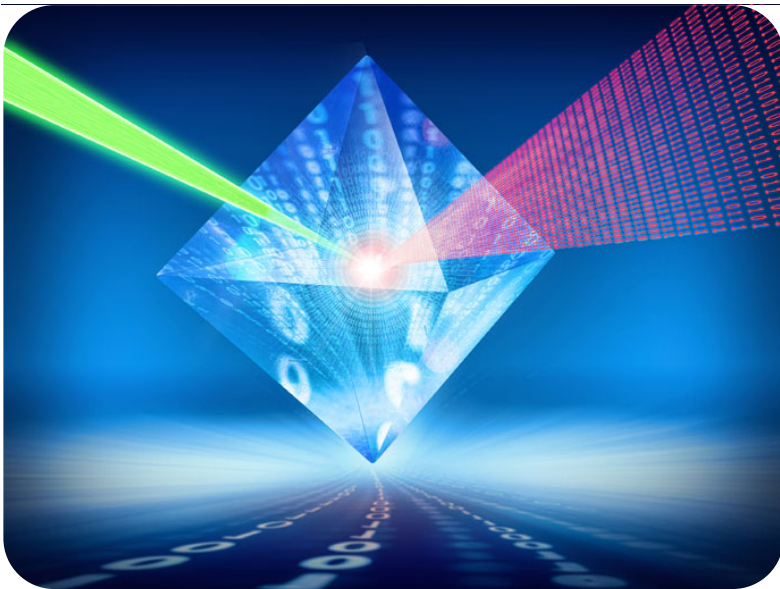


# Was wir nicht haben

(aber gerne hätten)

Selbstkorrigierende Quantenspeicher

("Quanten-Festplatte")



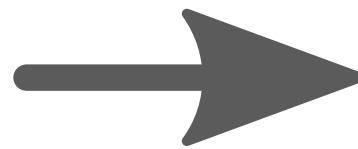
Universeller Quantencomputer  
(D-Wave und die NSA haben keinen)

# Was wir nicht haben

(aber gerne hätten)

Selbstkorrigierende Quantenspeicher

("Quanten-Festplatte")



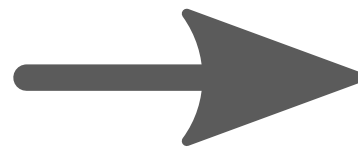
Universeller Quantencomputer  
(D-Wave und die NSA haben keinen)

# Was wir nicht haben

(aber gerne hätten)

Selbstkorrigierende Quantenspeicher

("Quanten-Festplatte")



Universeller Quantencomputer  
(D-Wave und die NSA haben keinen)

# Was wir nicht haben

(aber gerne hätten)

Selbstkorrigierende Quantenspeicher

("Quanten-Festplatte")



# Quantenfehlerkorrektur

# Quantenfehlerkorrektur

## Klassische Fehlerkorrektur

Kopiere Bits!

# Quantenfehlerkorrektur

## Klassische Fehlerkorrektur

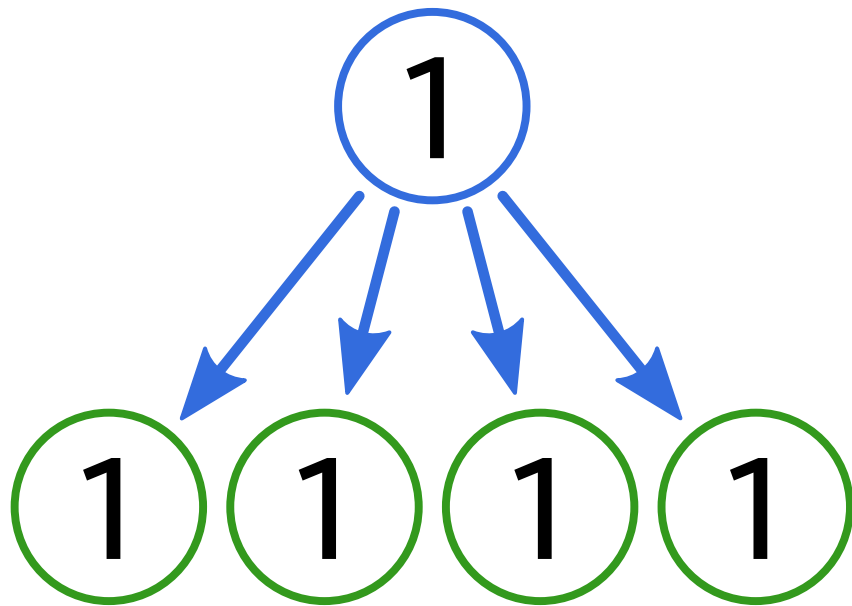
Kopiere Bits!

1

# Quantenfehlerkorrektur

## Klassische Fehlerkorrektur

Kopiere Bits!

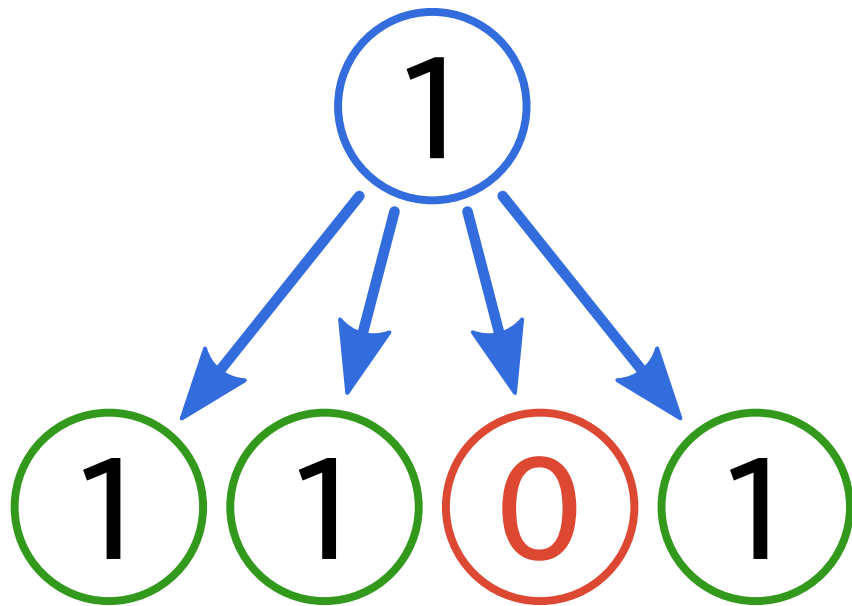


("Repetition Code")

# Quantenfehlerkorrektur

## Klassische Fehlerkorrektur

Kopiere Bits!

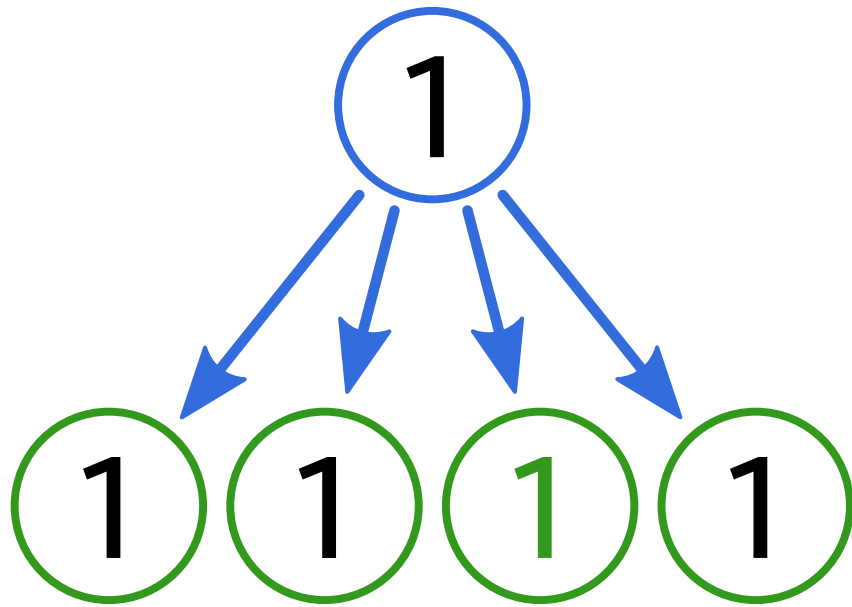


("Repetition Code")

# Quantenfehlerkorrektur

## Klassische Fehlerkorrektur

Kopiere Bits!

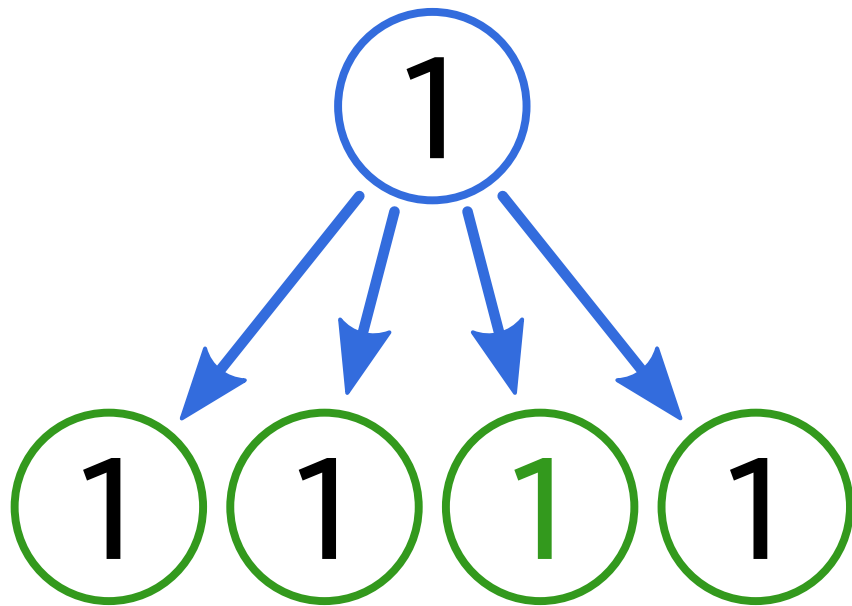


("Repetition Code")

# Quantenfehlerkorrektur

## Klassische Fehlerkorrektur

Kopiere Bits!



("Repetition Code")

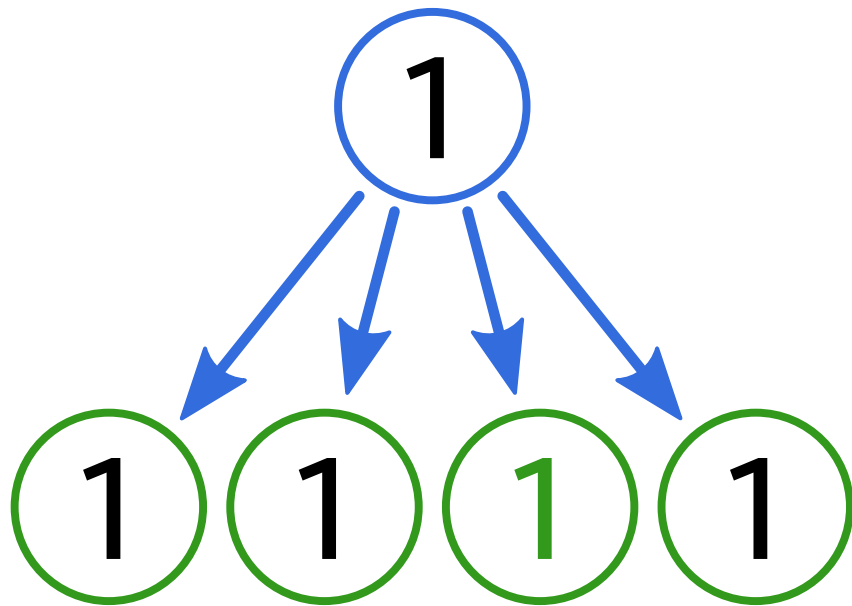
## Quanten-Fehlerkorrektur

Kopiere Qubits?

# Quantenfehlerkorrektur

## Klassische Fehlerkorrektur

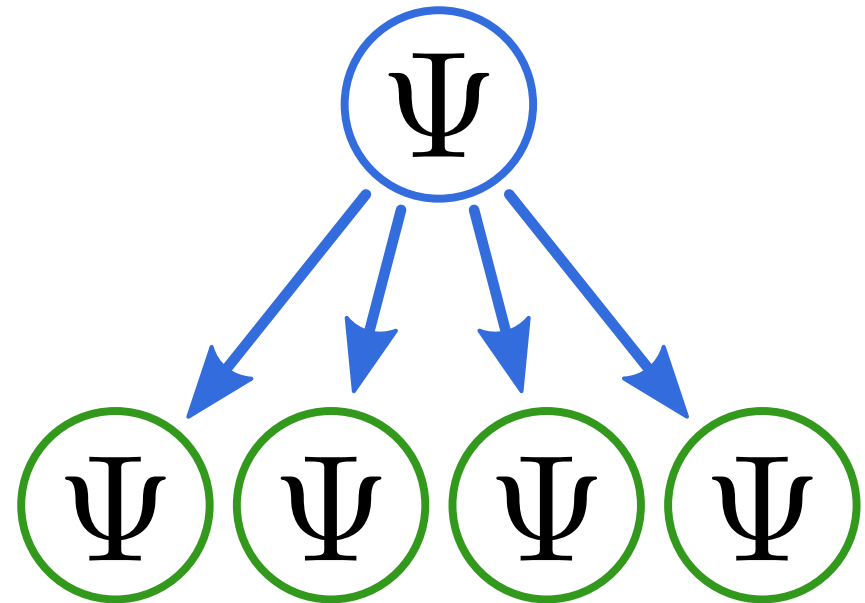
Kopiere Bits!



("Repetition Code")

## Quanten-Fehlerkorrektur

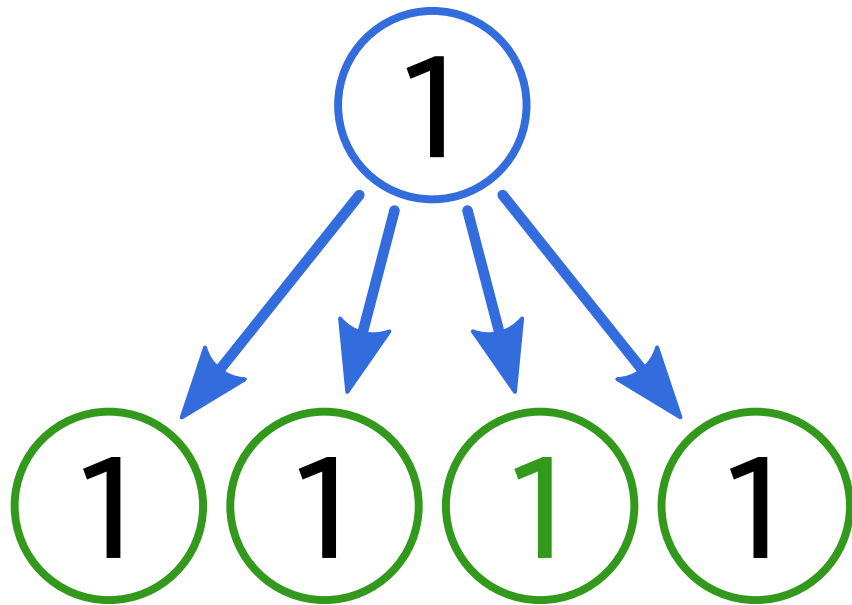
Kopiere Qubits?



# Quantenfehlerkorrektur

## Klassische Fehlerkorrektur

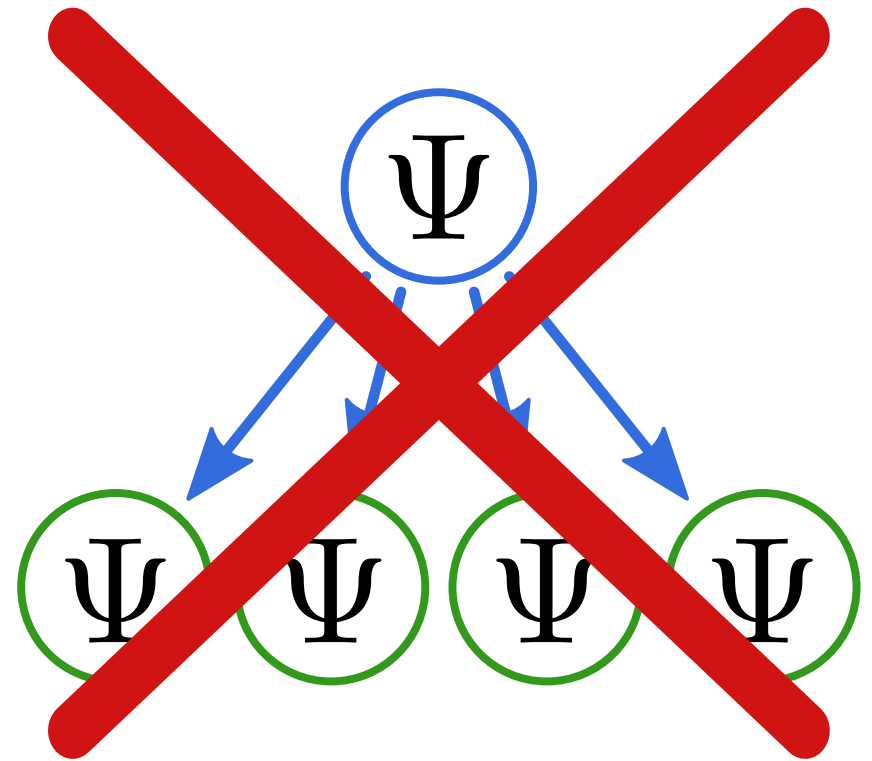
Kopiere Bits!



("Repetition Code")

## Quanten-Fehlerkorrektur

Kopiere Qubits?



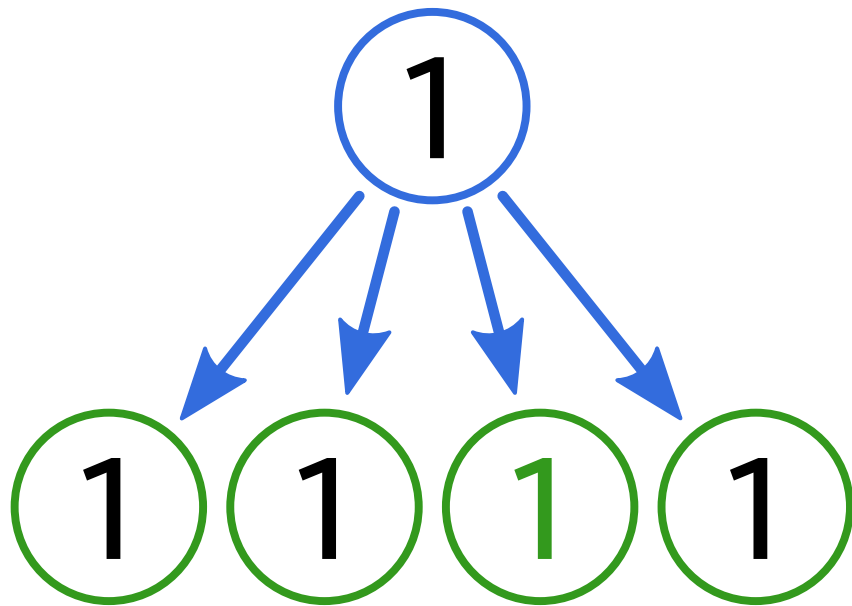
No-Cloning Theorem

# Quantenfehlerkorrektur

Klassische Fehlerkorrektur

Quanten-Fehlerkorrektur

Kopiere Bits!



("Repetition Code")

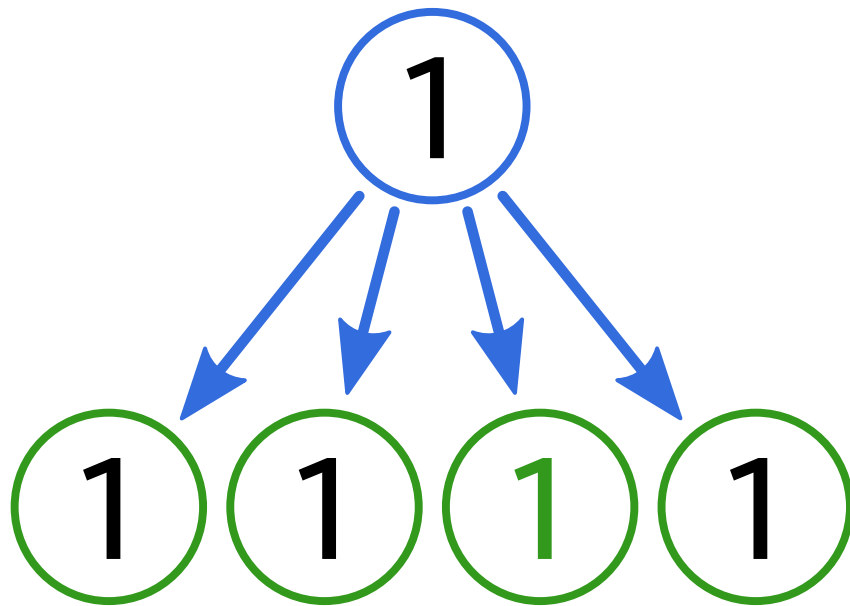
# Quantenfehlerkorrektur

Klassische Fehlerkorrektur

Kopiere Bits!

Quanten-Fehlerkorrektur

Lösung möglich!

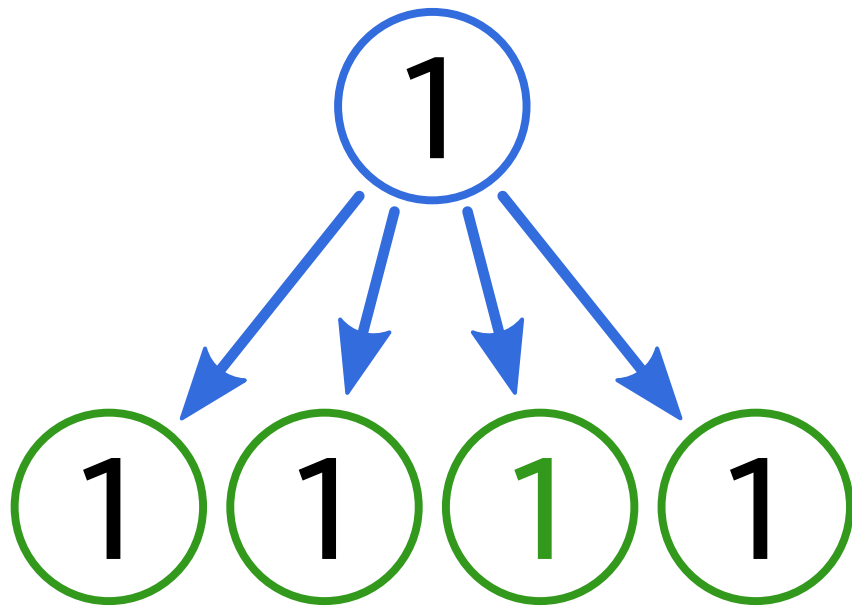


("Repetition Code")

# Quantenfehlerkorrektur

## Klassische Fehlerkorrektur

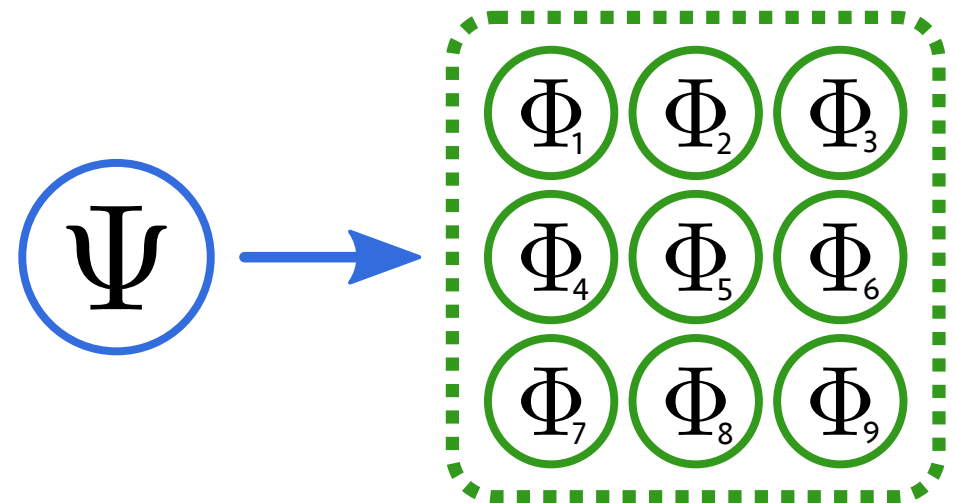
Kopiere Bits!



("Repetition Code")

## Quanten-Fehlerkorrektur

Lösung möglich!



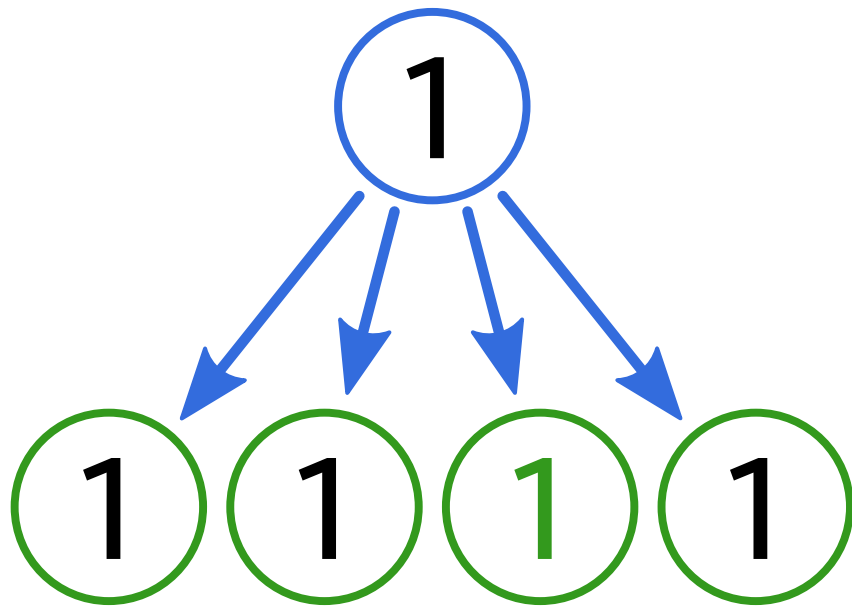
("Shor Code", 1995)

# Quantenfehlerkorrektur

Klassische Fehlerkorrektur

Quanten-Fehlerkorrektur

Kopiere Bits!

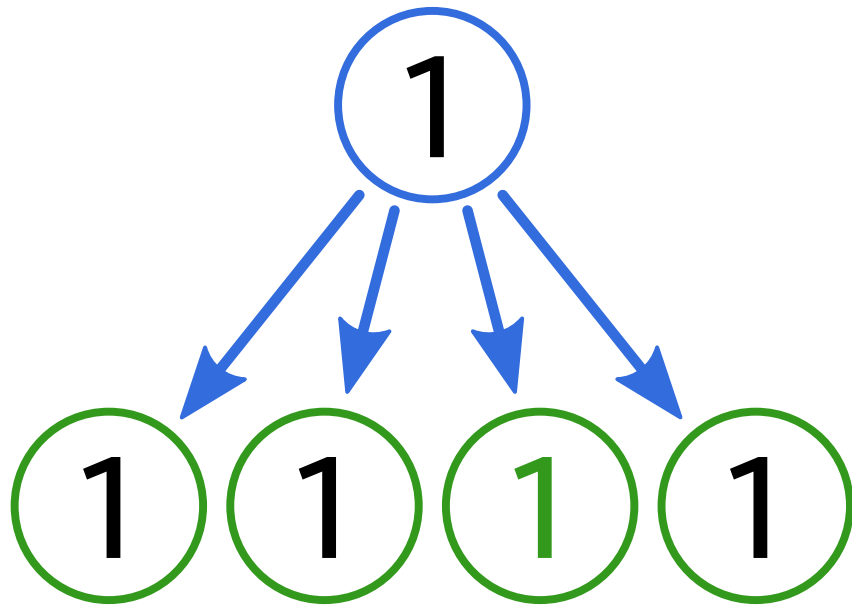


("Repetition Code")

# Quantenfehlerkorrektur

## Klassische Fehlerkorrektur

Kopiere Bits!



("Repetition Code")

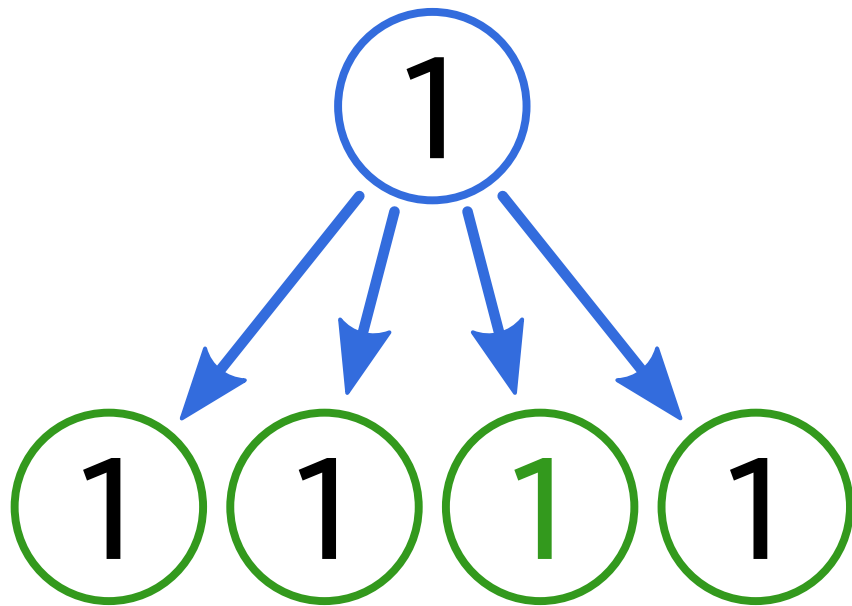
## Quanten-Fehlerkorrektur

Bessere Lösungen?

# Quantenfehlerkorrektur

## Klassische Fehlerkorrektur

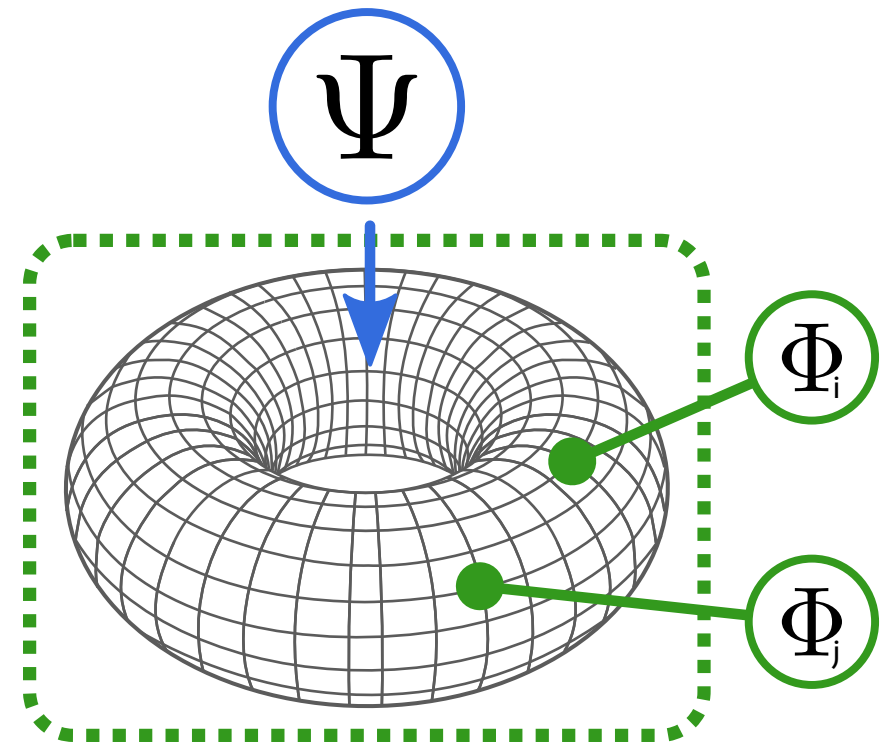
Kopiere Bits!



("Repetition Code")

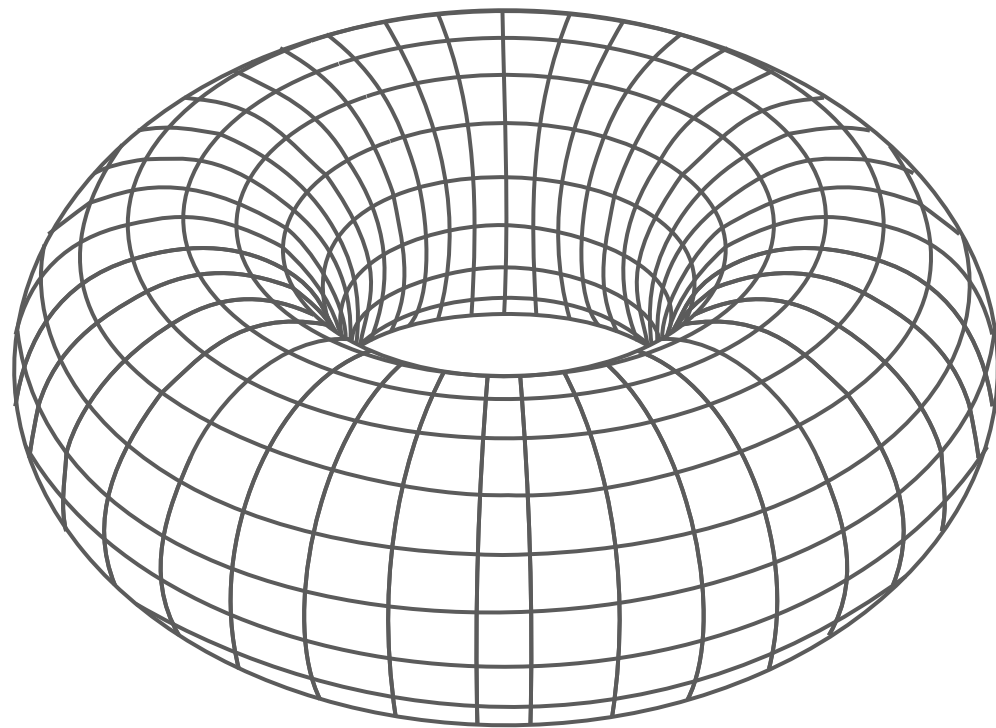
## Quanten-Fehlerkorrektur

Bessere Lösungen?

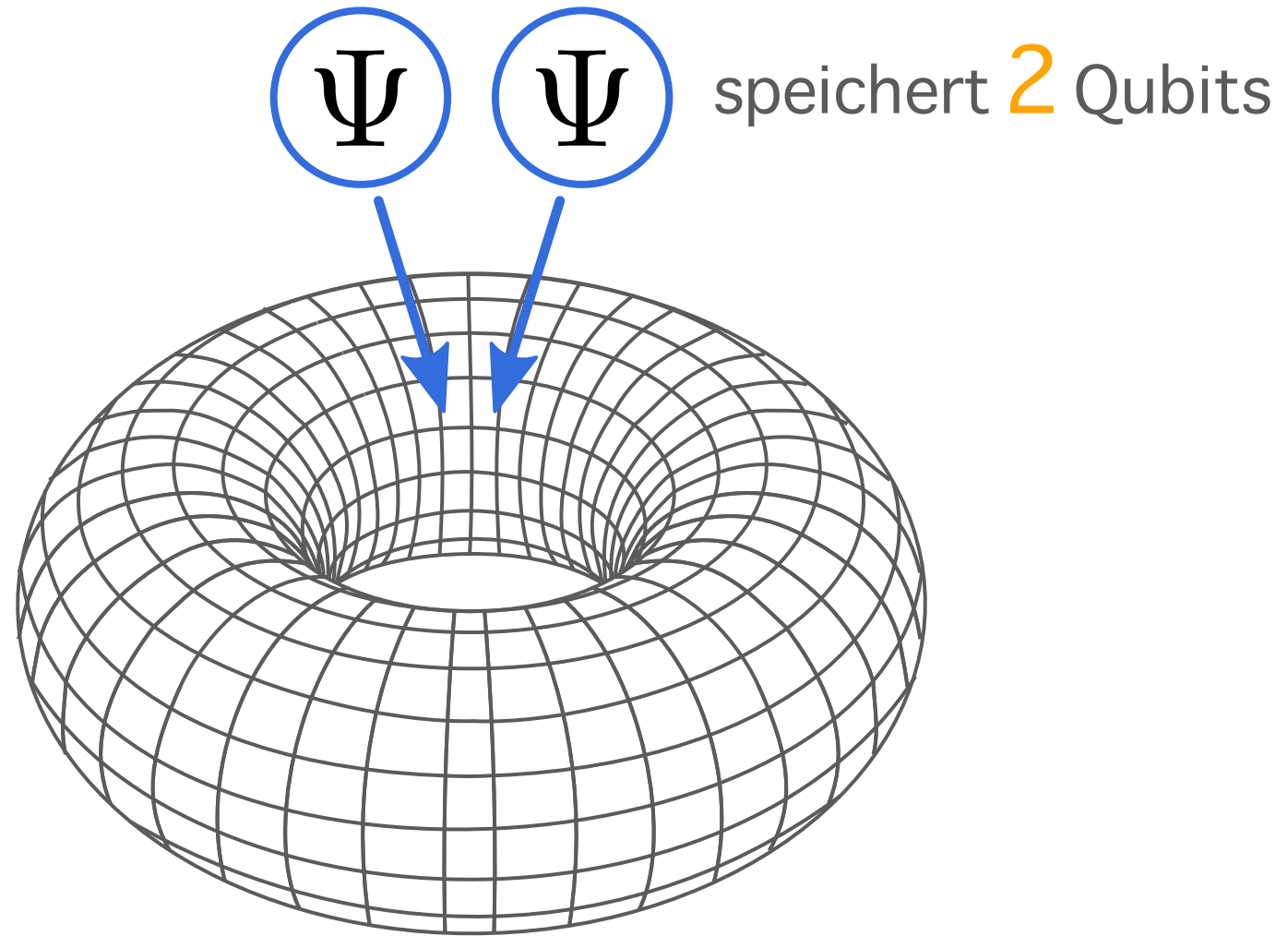


("Toric Code", 2006)

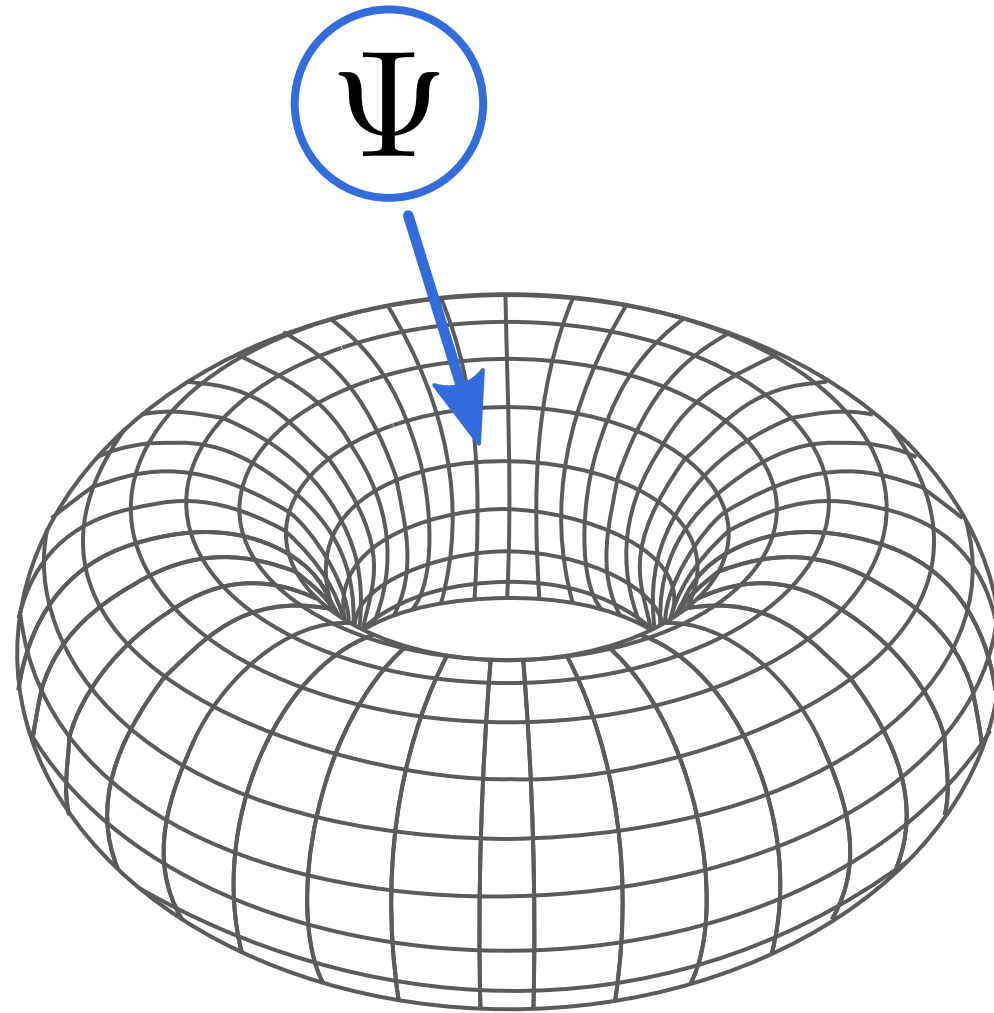
# Topologie?!



# Topologie?!

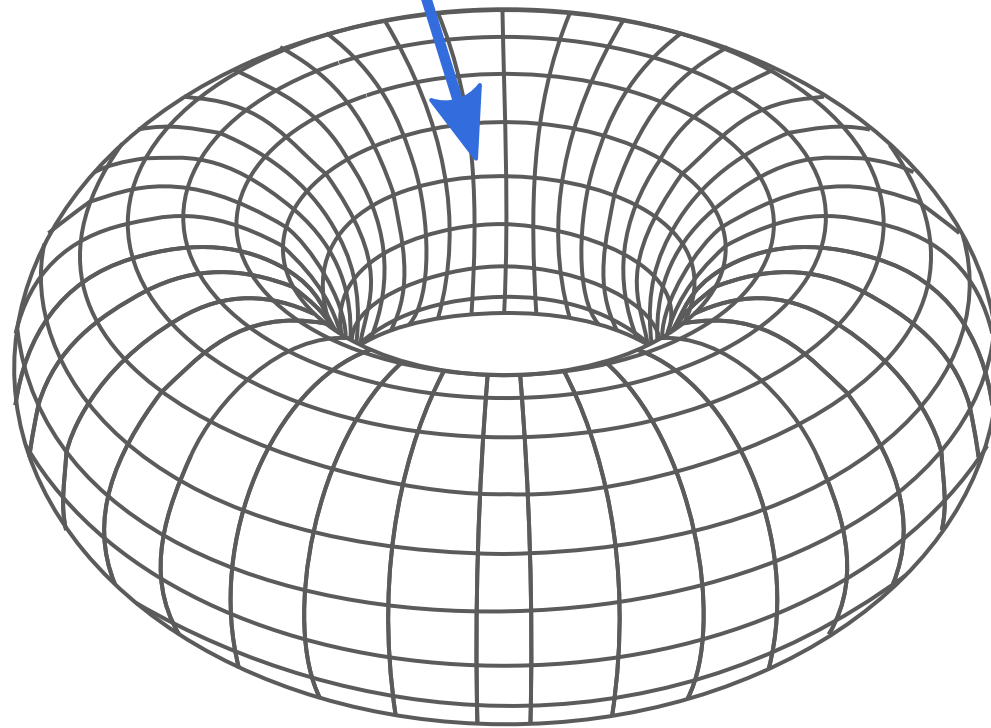


# Topologie?!



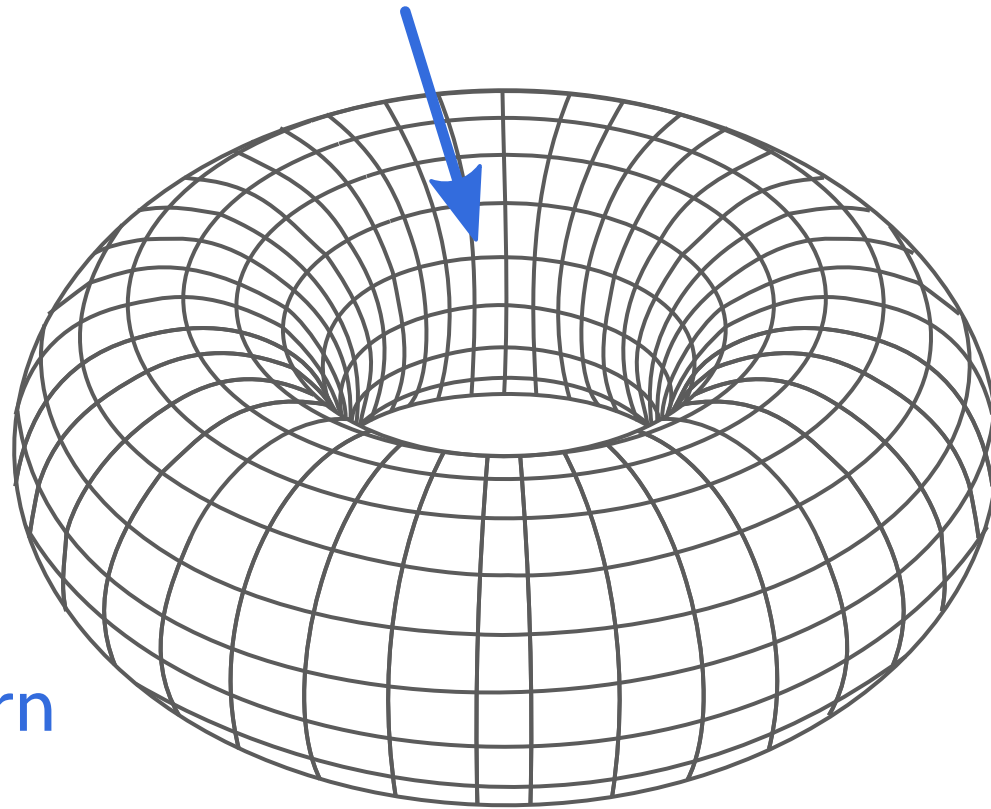
# Topologie?!

$$\Psi = \alpha \cdot 0 + \beta \cdot 1$$



# Topologie?!

$$\Psi = \alpha \cdot 0 + \beta \cdot 1$$

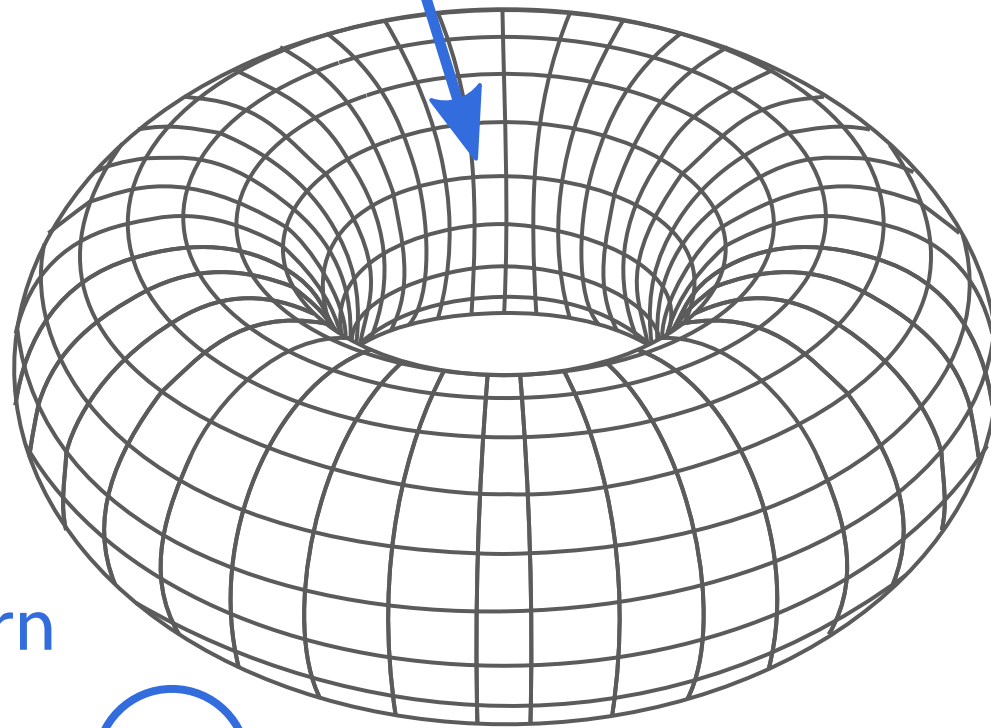


Qubit speichern

Loop um Torus  
(oder eben nicht)

# Topologie?!

$$\Psi = \alpha \circledast 0 + \beta \circledast 1$$



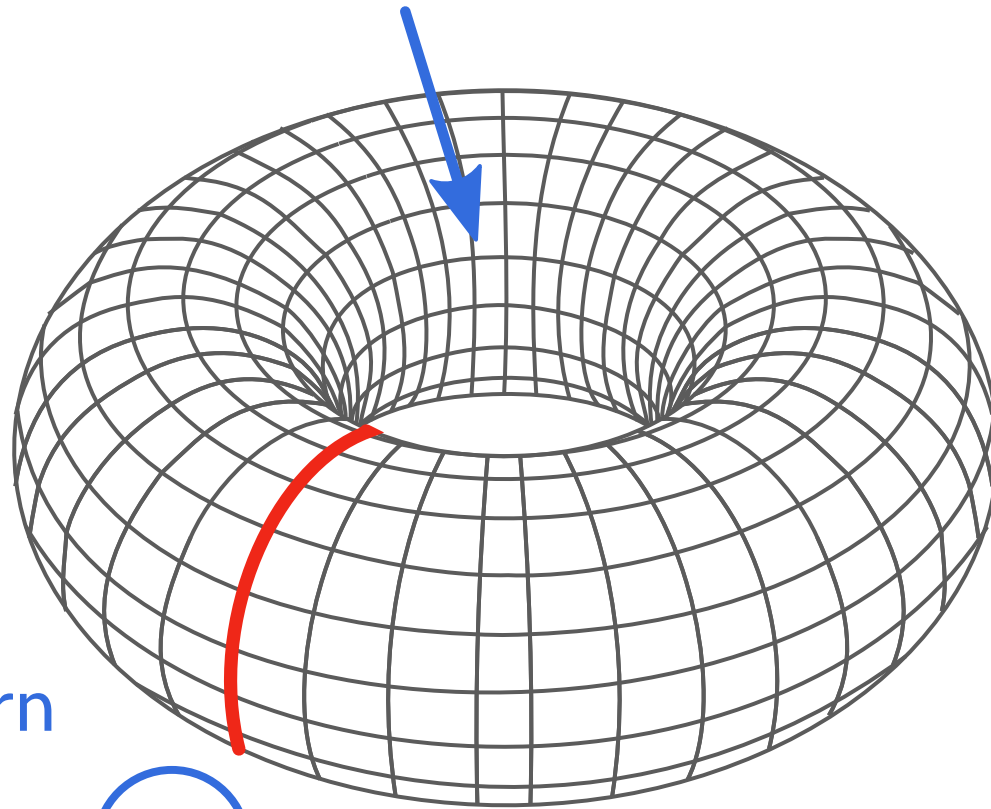
Qubit speichern

Loop um Torus  
(oder eben nicht)

0

# Topologie?!

$$\Psi = \alpha \circlearrowleft 0 + \beta \circlearrowleft 1$$



Qubit speichern

Loop um Torus  
(oder eben nicht)

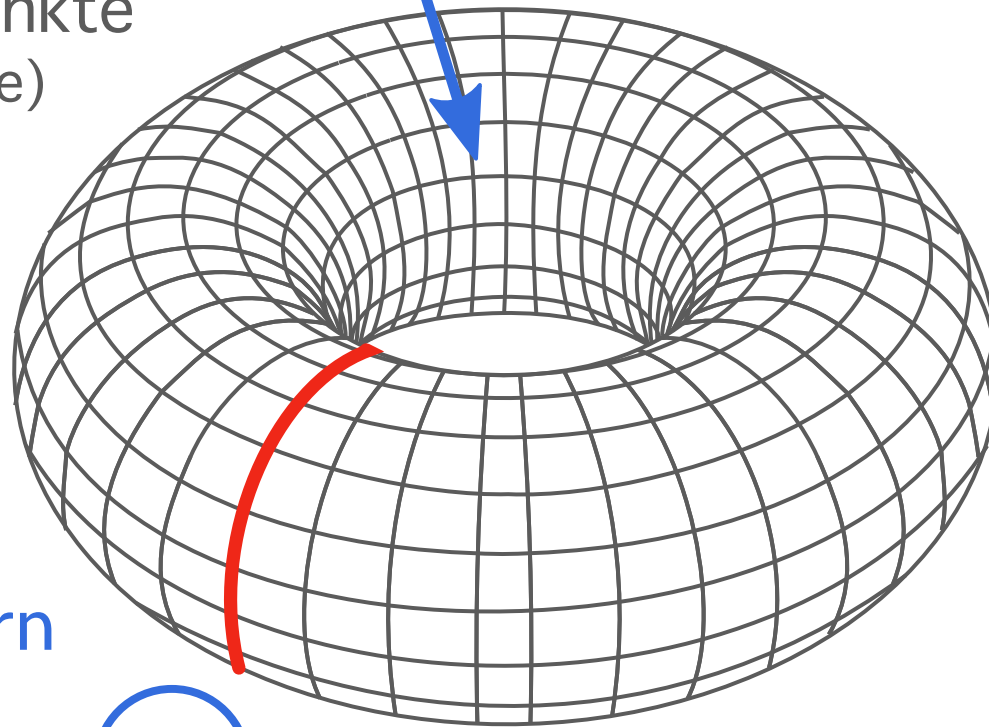
1

# Topologie?!

$$\Psi = \alpha \circlearrowleft 0 + \beta \circlearrowleft 1$$

Qubit auslesen

Zähle Schnittpunkte  
(gerade / ungerade)



Qubit speichern

Loop um Torus  
(oder eben nicht)

1

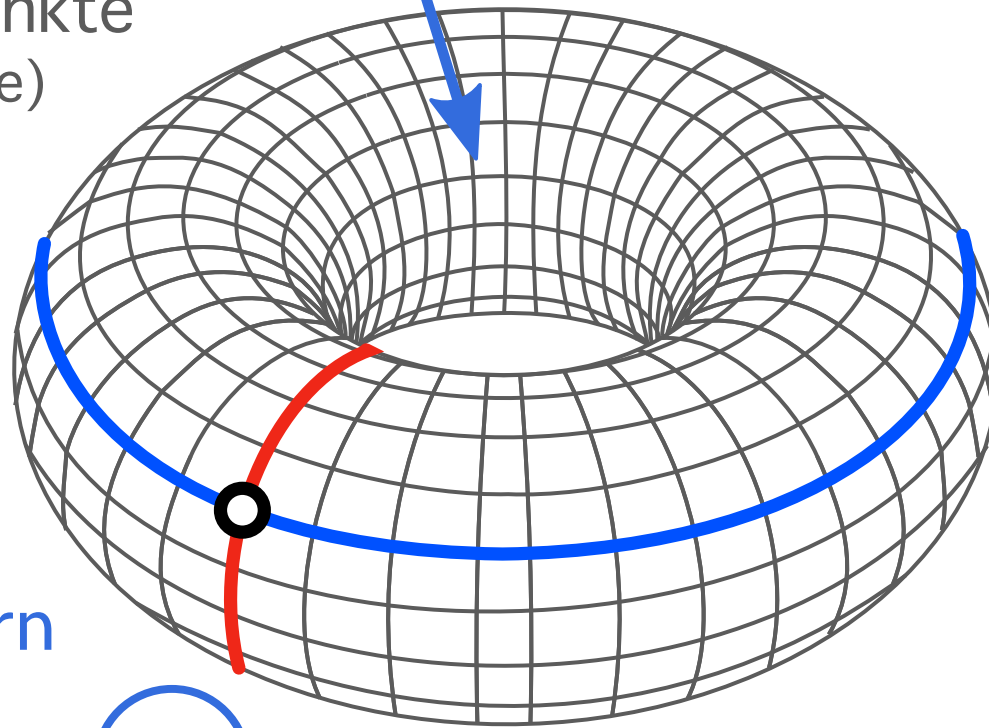
# Topologie?!

$$\Psi = \alpha \circledast 0 + \beta \circledast 1$$

Qubit auslesen

Zähle Schnittpunkte  
(gerade / ungerade)

1



Qubit speichern

Loop um Torus  
(oder eben nicht)

1

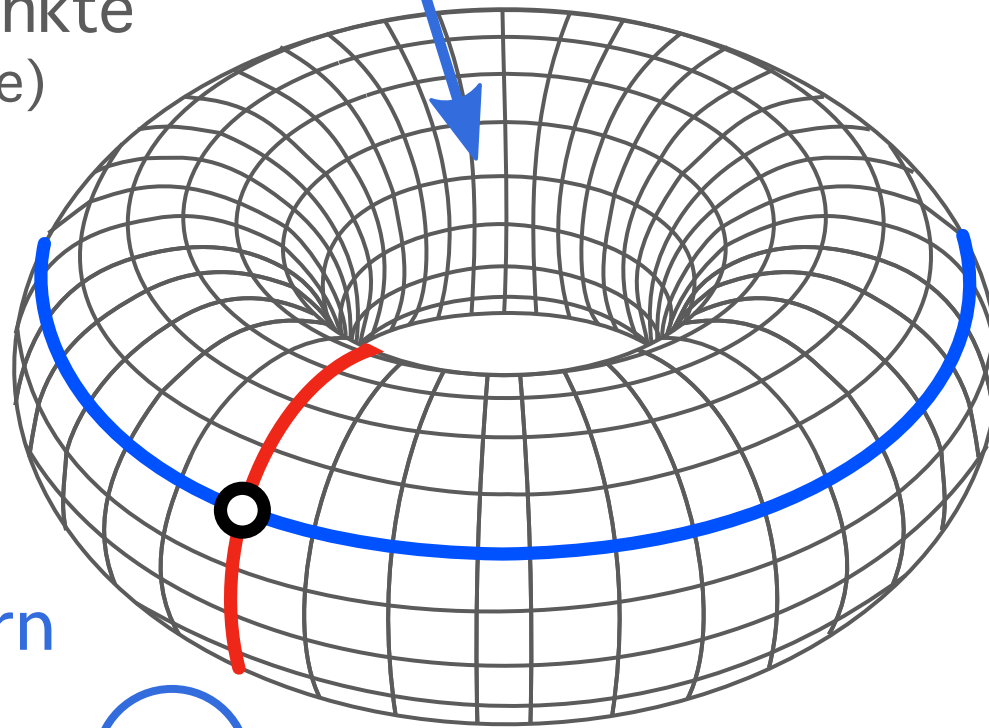
# Topologie?!

$$\Psi = \alpha \circledast 0 + \beta \circledast 1$$

Qubit auslesen

Zähle Schnittpunkte  
(gerade / ungerade)

1



Qubit speichern

Loop um Torus  
(oder eben nicht)

1

Fehler

offene Strings  
(nur Endpunkte sichtbar)

# Topologie?!

$$\Psi = \alpha \circledast 0 + \beta \circledast 1$$

Qubit auslesen

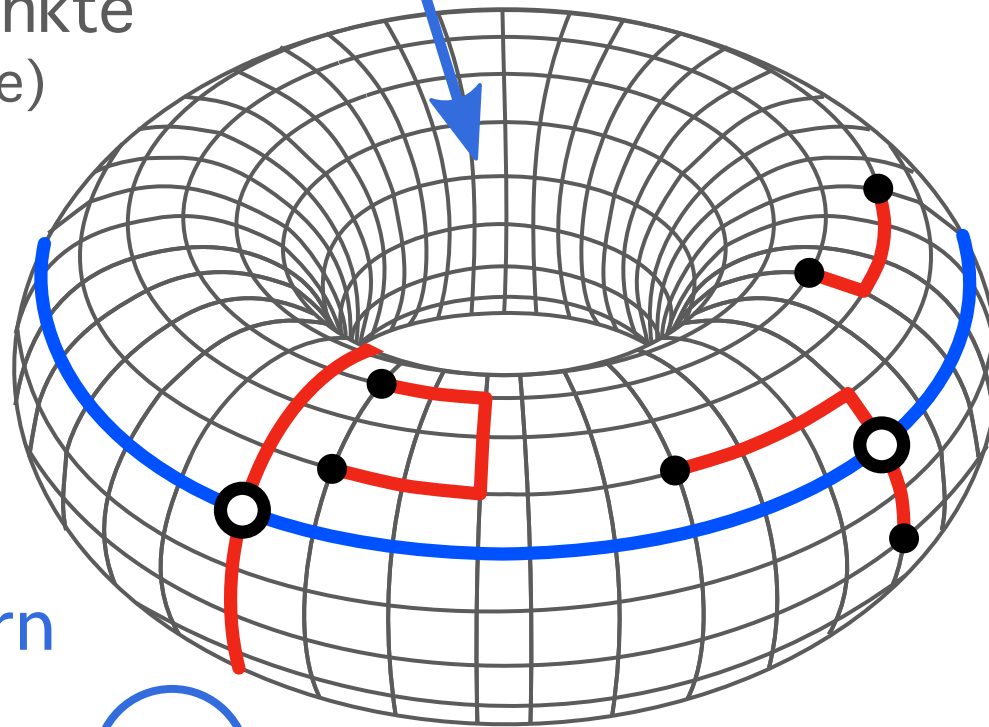
Zähle Schnittpunkte  
(gerade / ungerade)

0

Qubit speichern

Loop um Torus  
(oder eben nicht)

1



Fehler

offene Strings  
(nur Endpunkte sichtbar)

# Topologie?!

$$\Psi = \alpha \textcircled{0} + \beta \textcircled{1}$$

Qubit auslesen

Zähle Schnittpunkte  
(gerade / ungerade)

$\textcircled{0}$

Qubit speichern

Loop um Torus  
(oder eben nicht)

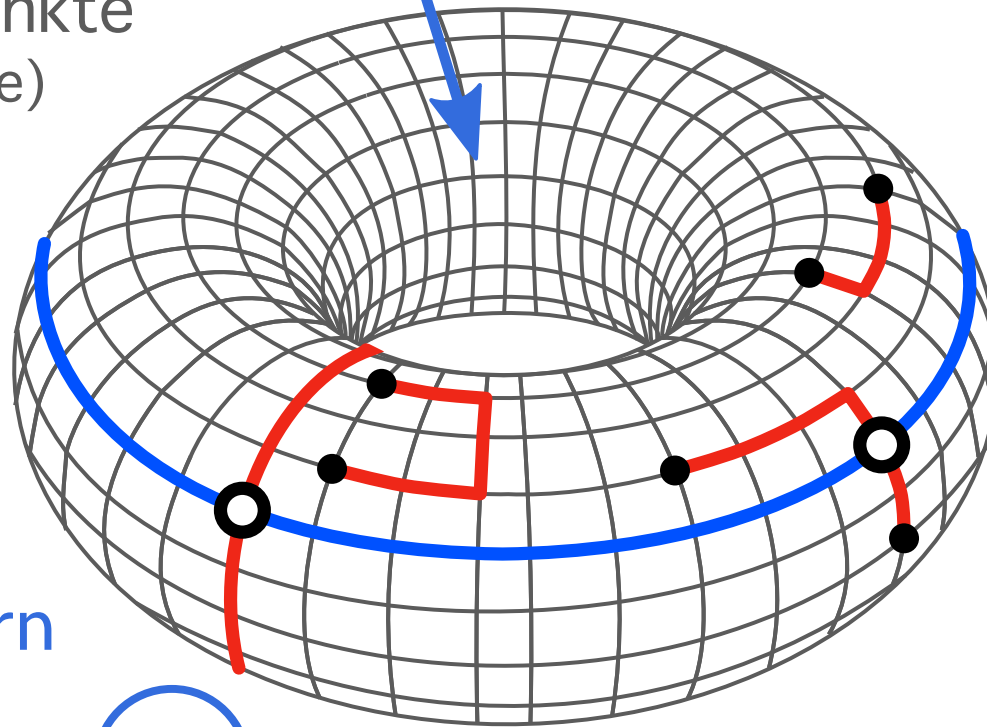
$\textcircled{1}$

Korrektur

schließe Strings  
(nur Loops übrig)

Fehler

offene Strings  
(nur Endpunkte sichtbar)



# Topologie?!

$$\Psi = \alpha \textcircled{0} + \beta \textcircled{1}$$

Qubit auslesen

Zähle Schnittpunkte  
(gerade / ungerade)

1

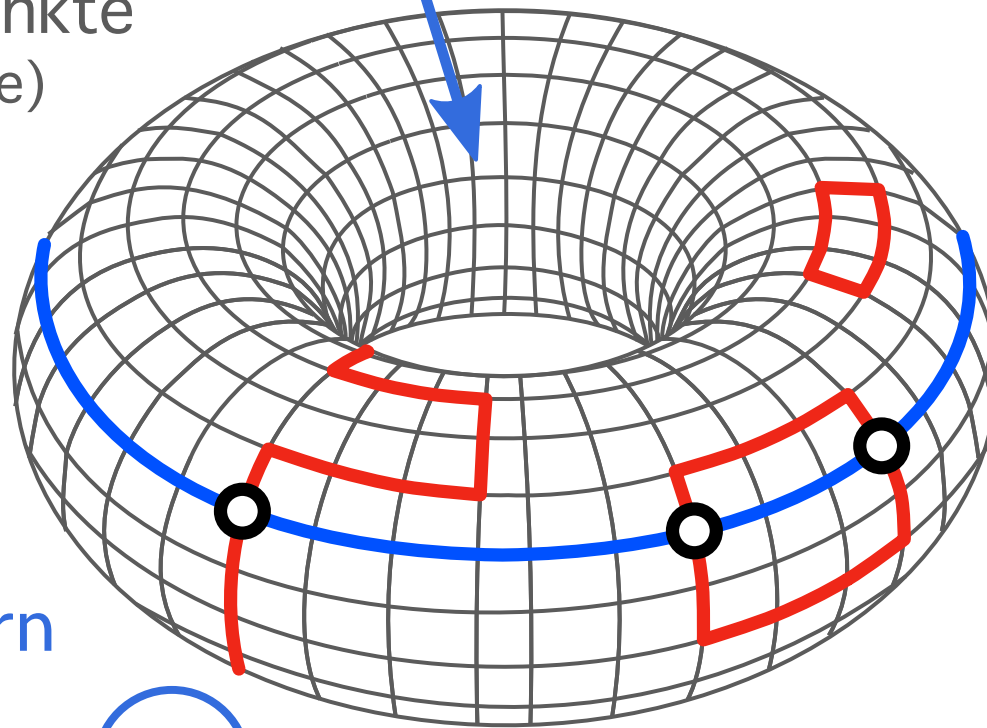
Korrektur  
schlieÙe Strings  
(nur Loops übrig)

Qubit speichern

Loop um Torus  
(oder eben nicht)

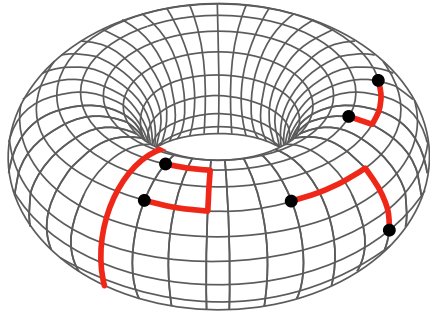
1

Fehler  
offene Strings  
(nur Endpunkte sichtbar)

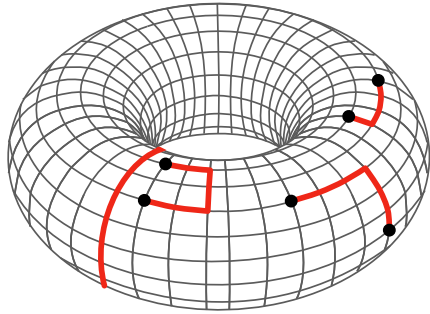


Zwei Möglichkeiten

# Zwei Möglichkeiten



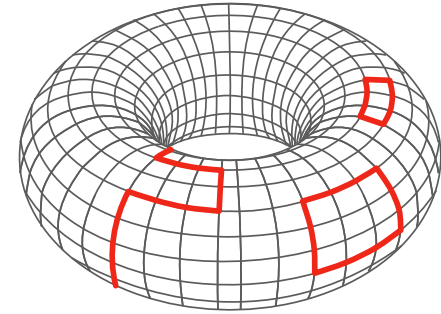
# Zwei Möglichkeiten



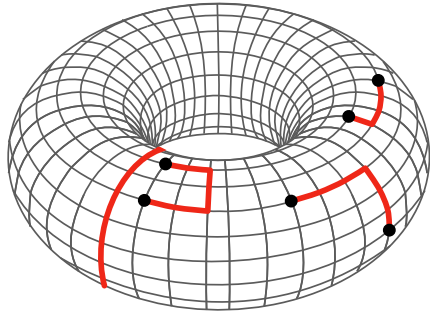
**Korrektur**



1. Finde Endpunkte
2. SchlieÙe offene Strings



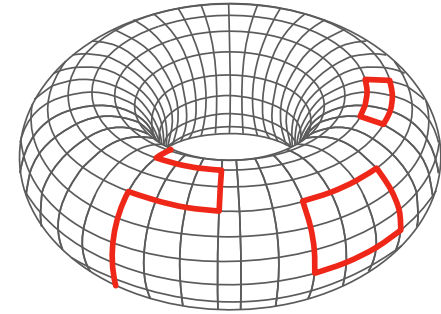
# Zwei Möglichkeiten



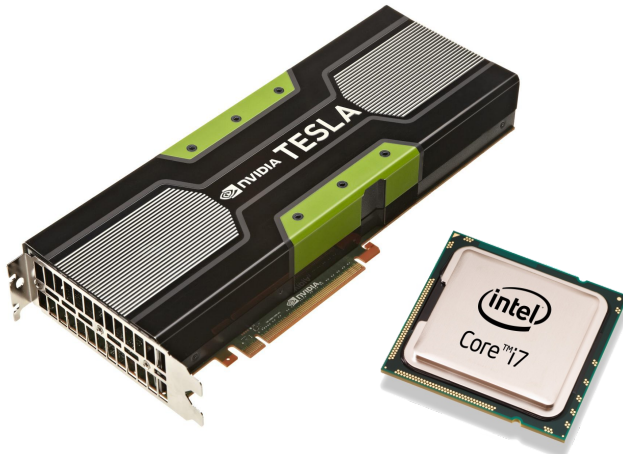
Korrektur



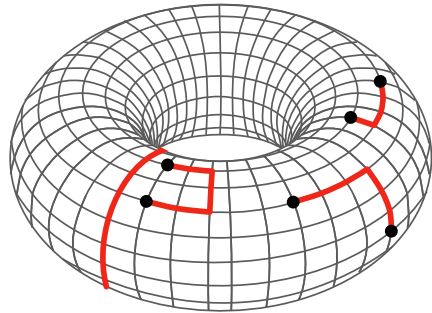
1. Finde Endpunkte
2. SchlieÙe offene Strings



Algorithmisch  
("Quanten-RAM")



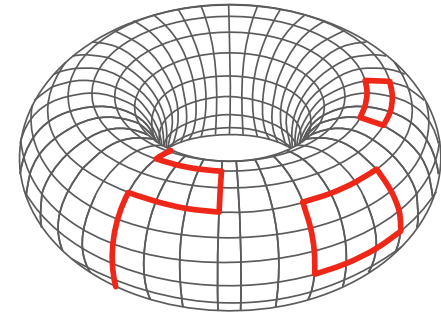
# Zwei Möglichkeiten



## Korrektur



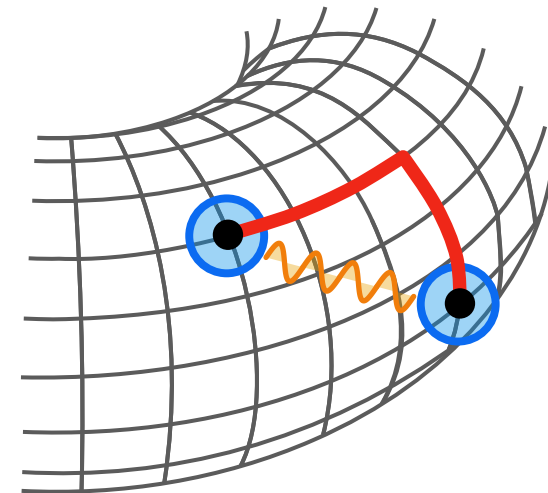
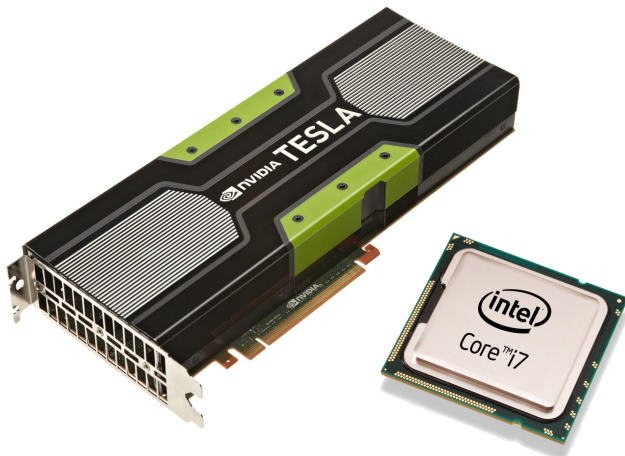
1. Finde Endpunkte
2. SchlieÙe offene Strings



**Algorithmisch**  
("Quanten-RAM")

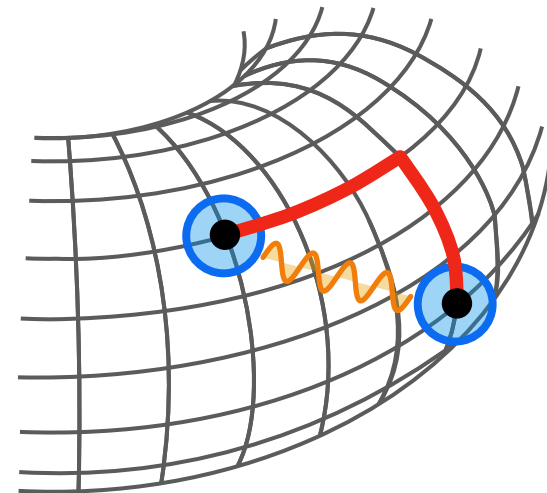


**Selbstkorrigierend**  
("Quanten-Festplatte")



# Zwei Möglichkeiten

Selbstkorrigierend  
("Quanten-Festplatte")

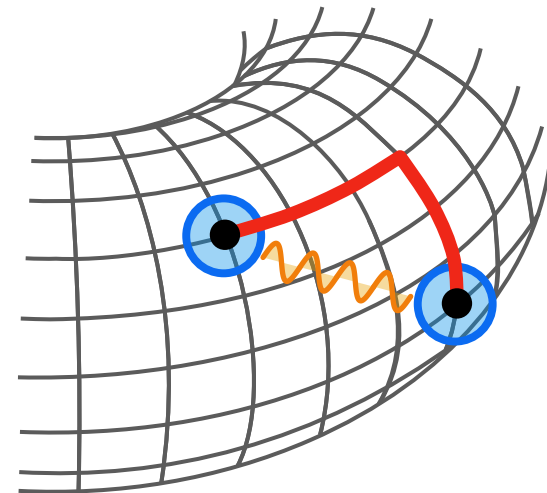


# Zwei Möglichkeiten

Gibt es **selbstkorrigierende**  
Quantenspeicher?



Selbstkorrigierend  
("Quanten-Festplatte")

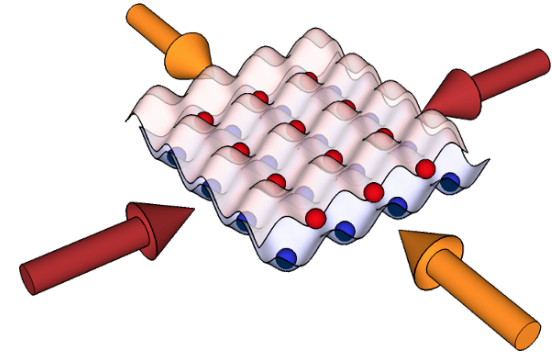


# Der Status Quo

# Der Status Quo

**Keine experimentelle Realisierung!**

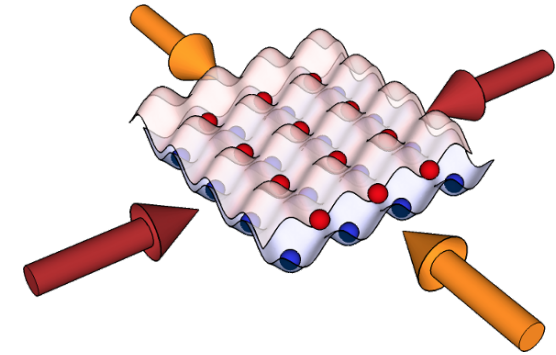
Supraleiter? Kalte Gase in optischen Gittern?



# Der Status Quo

**Keine experimentelle Realisierung!**

Supraleiter? Kalte Gase in optischen Gittern?



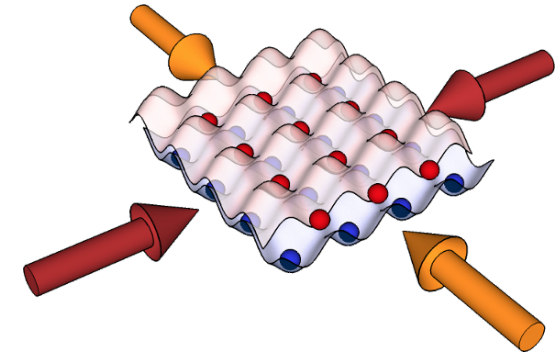
**Viele theoretische Vorschläge:**



# Der Status Quo

**Keine experimentelle Realisierung!**

Supraleiter? Kalte Gase in optischen Gittern?



**Viele theoretische Vorschläge:**

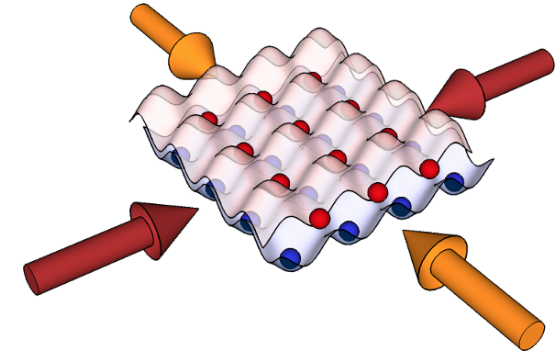
Unterdrücke offene Strings **energetisch**



# Der Status Quo

Keine experimentelle Realisierung!

Supraleiter? Kalte Gase in optischen Gittern?



Viele theoretische Vorschläge:

Unterdrücke offene Strings **energetisch**

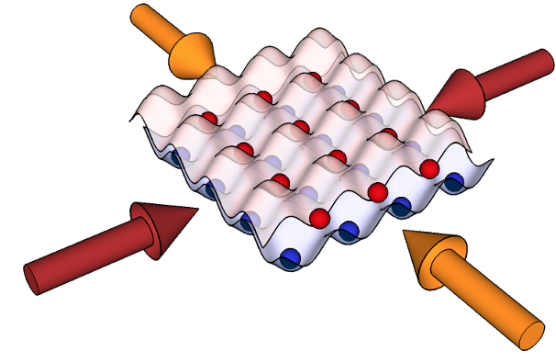
Erzeuge Attraktion der Stringenden  
durch **Eichfelder** oder **Hilfssysteme**



# Der Status Quo

**Keine experimentelle Realisierung!**

Supraleiter? Kalte Gase in optischen Gittern?



**Viele theoretische Vorschläge:**

Unterdrücke offene Strings **energetisch**

Erzeuge Attraktion der Stringenden  
durch **Eichfelder** oder **Hilfssysteme**

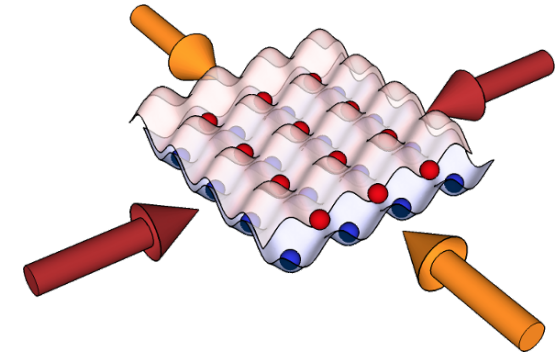
Verhindere Diffusion von Strings  
durch **Unordnung**



# Der Status Quo

Keine experimentelle Realisierung!

Supraleiter? Kalte Gase in optischen Gittern?



Viele theoretische Vorschläge:

Unterdrücke offene Strings **energetisch**

Erzeuge Attraktion der Stringenden  
durch **Eichfelder** oder **Hilfssysteme**

Verhindere Diffusion von Strings  
durch **Unordnung**

Schließe Strings mittels **Dissipation**



# Der Status Quo

Hier ginge es zur **Masterarbeit** ...



Schließe Strings mittels **Dissipation**

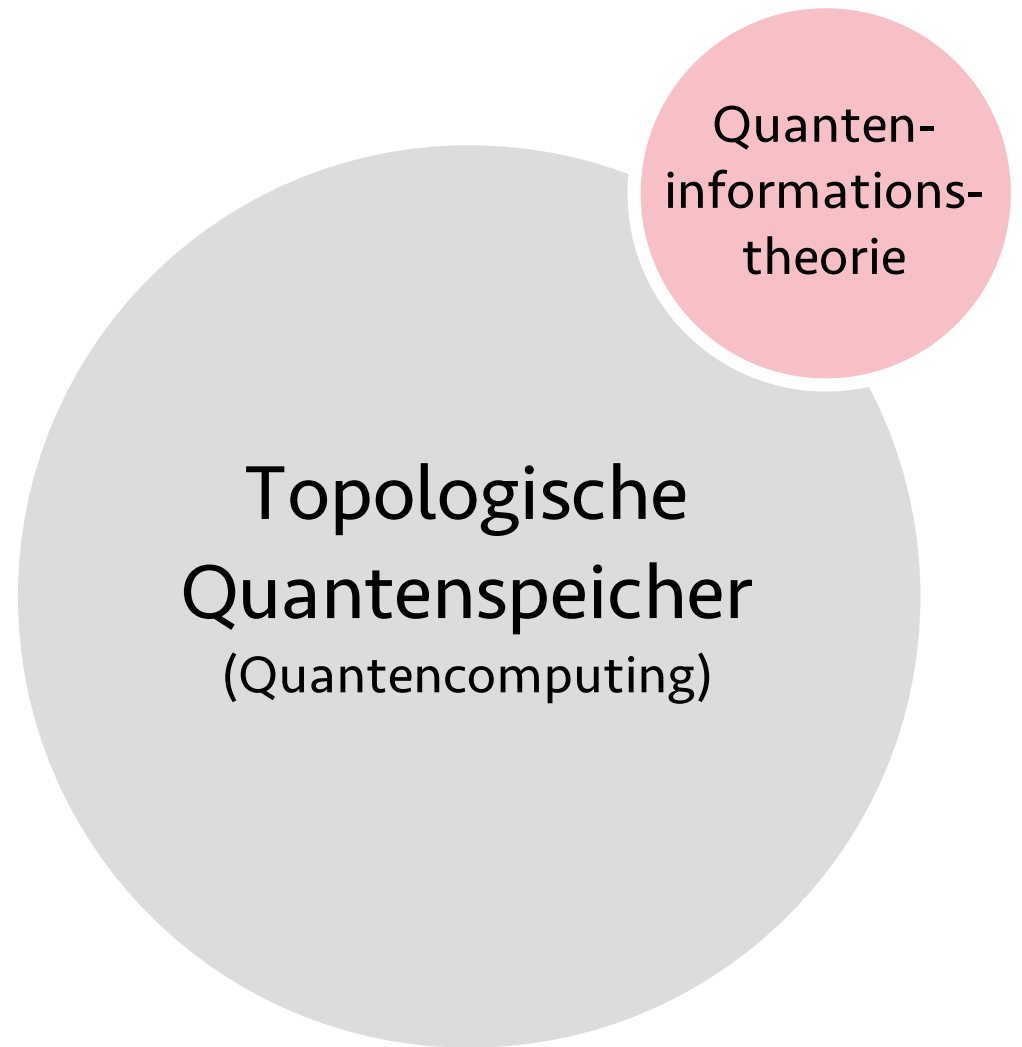
Das große Ganze

# Das große Ganze

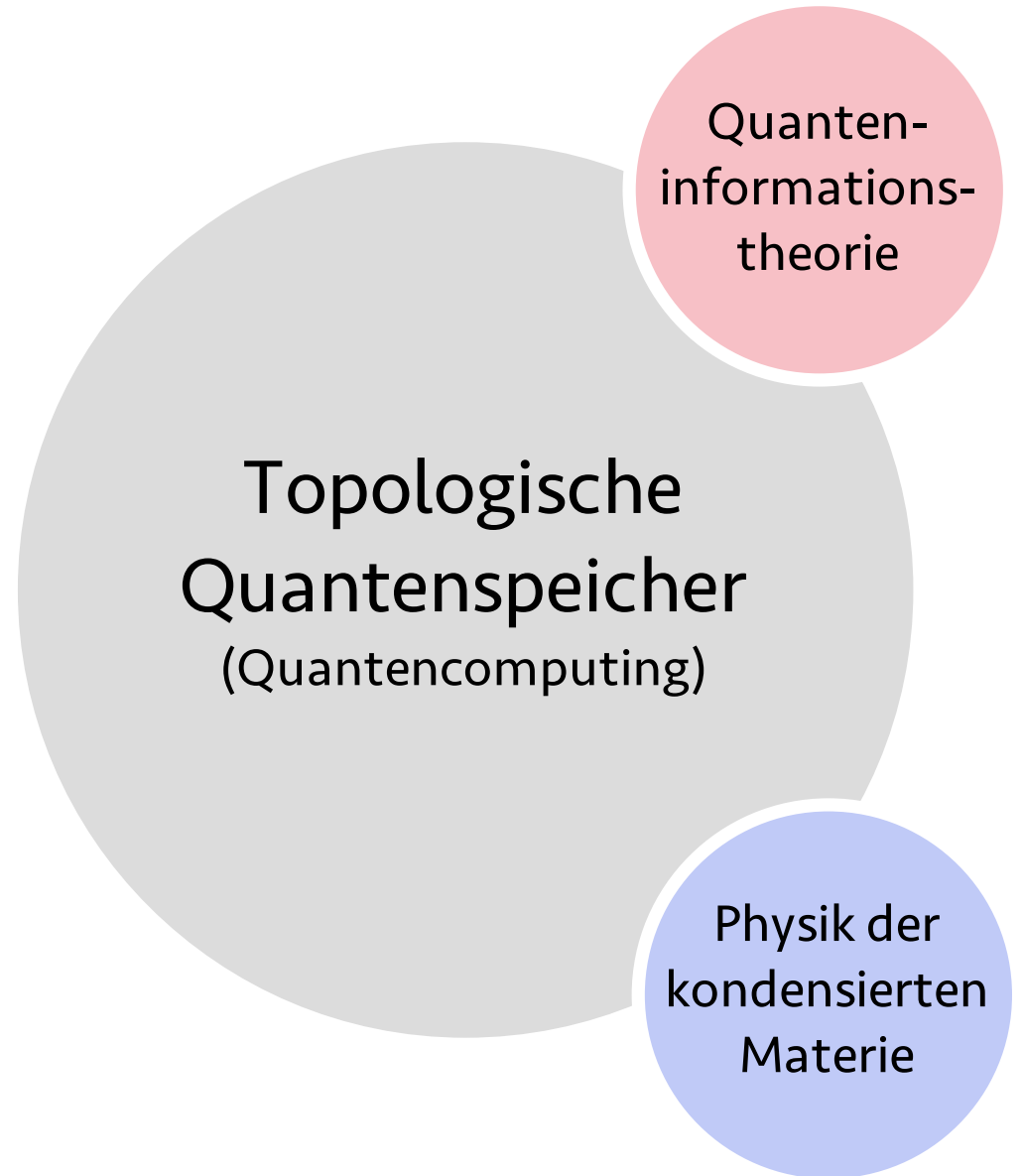


**Topologische  
Quantenspeicher**  
(Quantencomputing)

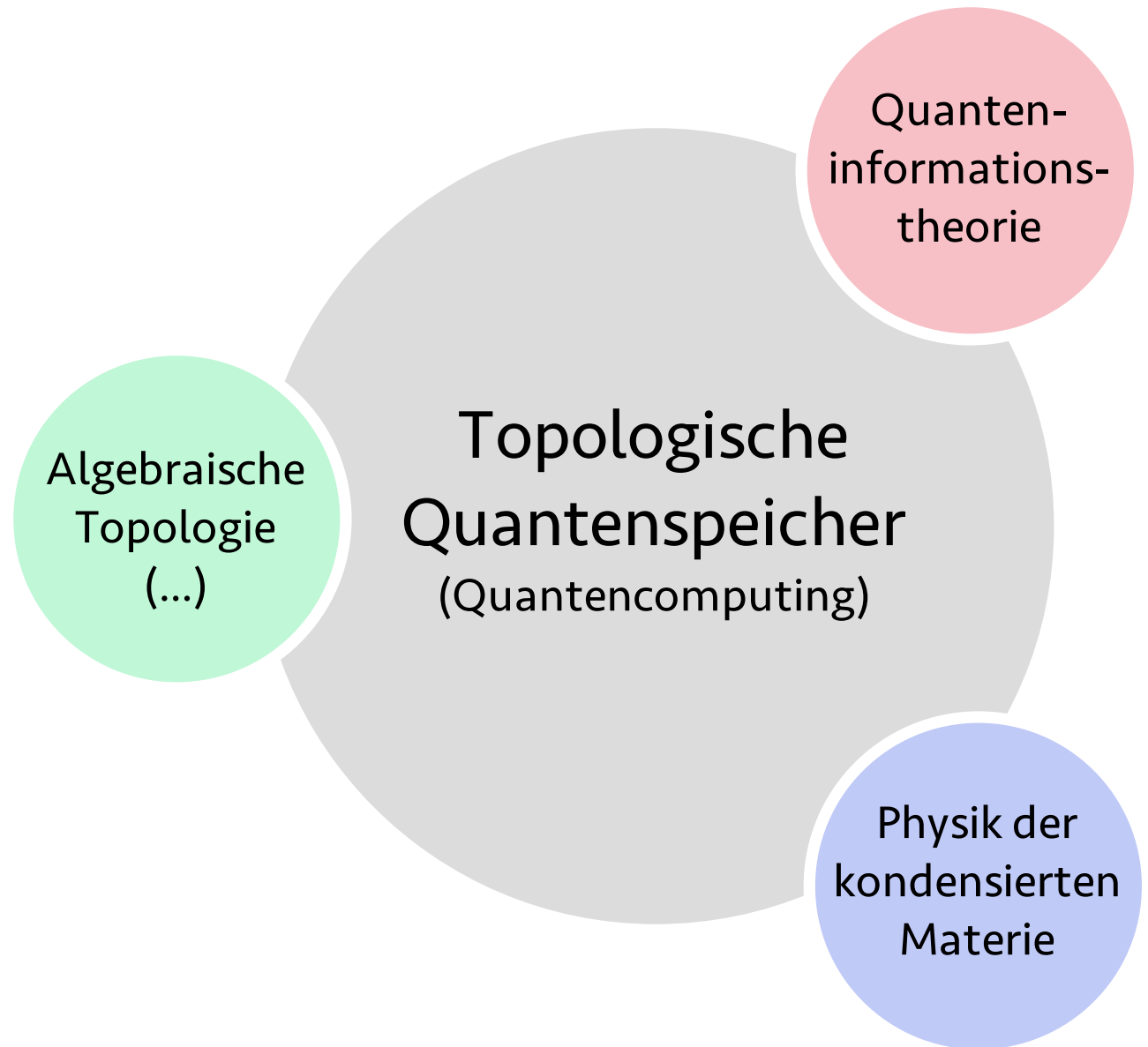
# Das große Ganze



# Das große Ganze



# Das große Ganze



# Das große Ganze



Homotopie

Homologie

Gruppen  
(Super-)Kohomologie

K-Theorie

Modulare  
Tensor-Kategorien

Angereicherte  
Kategorien

Algebraische  
Topologie  
(...)

Topologische  
Quantenspeicher  
(Quantencomputing)

Quanten-  
informations-  
theorie

Physik der  
kondensierten  
Materie





Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit