

Physikalisches Fortgeschrittenenpraktikum im SS 2012

UNIVERSITÄT STUTTGART

Protokoll zum Versuch

V27: Nichtlineare Optik

Andreas Dietz, Nicolai Lang*

19. Mai 2012

Zusammenfassung

Ziel dieses Versuches ist der Aufbau eines Nd:YAG-Lasers mit anschließender Frequenzverdopplung (SHG). Im ersten Teil wird der Nd:YAG-Laser aufgebaut, optimiert und untersucht. Im Anschluss benutzen wir einen KTP-Kristall zur resonatorexternen Frequenzverdopplung. Durch eine Güteschaltung (Cr:YAG-Kristall) erhöhen wir die Ausgangsleistung des frequenzverdoppelten Lichtes drastisch. Zum Abschluss untersuchen wir die resonatorinterne Frequenzverdopplung.

*nicolai@itp3.uni-stuttgart.de

Inhaltsverzeichnis

1 Grundlagen	3
1.1 Das Laserprinzip	3
1.2 Gaußsche Strahloptik	8
1.3 Optische Resonatoren	10
1.4 Frequenzverdopplung	12
1.5 Güteschaltung	15
2 Auswertung	18
2.1 Aufbau und Optimierung des Nd:YAG-Lasers	18
2.2 Parameter des cw-Nd:YAG-Lasers	20
2.2.1 Abhängigkeit der Ausgangsleistung vom Diodenstrom	20
2.2.2 Abhängigkeit der Ausgangsleistung vom Auskoppelgrad	21
2.2.3 Abhängigkeit der Ausgangsleistung von der Resonatorlänge	22
2.3 Resonatorexterne Frequenzverdopplung	23
2.4 Güteschaltung des Nd:YAG-Lasers	24
2.4.1 Abhängigkeit der Ausgangsleistung vom Diodenstrom	25
2.4.2 Abhängigkeit der Repetitionsrate vom Diodenstrom	27
2.4.3 Abhängigkeit der Ausgangsleistung des frequenzverdoppelten Lichts vom Diodenstrom	27
2.5 Resonatorinterne Frequenzverdopplung	29
3 Zusammenfassung	30
Abbildungsverzeichnis	31
Literatur	33

1 Grundlagen

1.1 Das Laserprinzip

Ein LASER (*Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*) beruht, wie das ausgeschriebene Akronym vermuten lässt, auf einem Verstärkungsmechanismus durch stimulierte Strahlungsemission innerhalb eines laseraktiven Mediums. Um diesen Mechanismus zu verstehen, müssen wir zuerst die Dynamik eines energetischen Zweiniveausystems in- und außerhalb des thermischen Gleichgewichts untersuchen.

Emission und Absorption Wir betrachten im Folgenden ein Zweiniveausystem mit Niveaus E_1 und E_2 (man denke an den optischen Übergang eines Atoms mit besagten Energieniveaus). Im thermischen Gleichgewicht werden die Besetzungsdichten N_1 und N_2 durch die BOLTZMANN-VERTEILUNG bestimmt

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} \exp\left[-\frac{E_2 - E_1}{k_B T}\right] \quad (1)$$

mit den Entartungsgraden g_i der Niveaus i , der Boltzmann-Konstanten k_B und der absoluten Temperatur $T \geq 0$. Man beachte, dass wegen $E_2 > E_1$ für positive Temperaturen immer $N_1 > N_2$ gilt. Das thermodynamische Gleichgewicht ist also durch eine höhere Besetzung des Grundzustandes E_1 ausgezeichnet.

Im nächsten Schritt befassen wir uns mit den Änderungen der Besetzungszahlen N_i auf Grund der Wechselwirkung des Energiesystems mit elektromagnetischen Feldern. Quantenmechanisch betrachtet koppelt das Energiesystem z.B. durch ein elektrisches Dipolmoment an die quantisierten Moden des elektromagnetischen Feldes. Die Dynamik eines solchen gekoppelten Systems lässt dann Übergänge $E_1 \rightarrow E_2$ (Absorption) bei simultaner Reduktion der Besetzungszahl einer elektromagnetischen Mode zu. Analog kann bei einem Übergang $E_2 \rightarrow E_1$ (Emission) ein Energiequant vom Zweiniveausystem auf das elektromagnetische Feld übertragen werden. Zusammenfassend findet man in der Praxis die folgenden drei Prozesse:

1. **Spontane Emission:** Im Rahmen der QED lässt sich die Kopplung des Zweiniveausystems an die Vakuummoden des elektromagnetischen Feldes benutzen, um die spontane Emission eines Photons, einhergehend mit dem Übergang $E_2 \rightarrow E_1$, zu erklären. Klassisch wird die Änderung der Besetzungszahlen durch den *Einsteinkoeffizienten* A_{21} beschrieben

$$dN_2^{\text{SE}} = -N_2 A_{21} dt \quad (2)$$

Mit der Erhaltungsgröße $N = N_1 + N_2 = \text{const.}$ erhält man zudem $dN_1^{\text{SE}} = -dN_2^{\text{SE}}$.

2. **Induzierte Absorption** Im Rahmen einfacher quantenmechanischer Rechnungen lässt sich die Kopplung des Zweiniveausystems an das elektromagnetische Feld mit einer Absorption von Photonen der Frequenz $\hbar\omega = h\nu = E_2 - E_1$ in Verbindung bringen. Diese (durch das elektromagnetische Feld) induzierte Absorption führt zu einem Übergang $E_1 \rightarrow E_2$ und wird traditionell durch den *Einsteinkoeffizienten* B_{12} beschrieben

$$dN_2^{\text{IA}} = N_1 u(\nu) B_{12} dt \quad (3)$$

mit der spektralen Energiedichte $u(\nu)$ des Strahlungsfeldes. Hier ist $\nu = h^{-1}(E_2 - E_1)$ zu setzen.

3. **Induzierte Emission** Die Wechselwirkung des elektromagnetischen Feldes über eine Kopplung mit dem Zweiniveausystem kann auch einen Übergang $E_2 \rightarrow E_1$ induzieren. Im Rahmen des Photonenbildes trifft hier ein Photon der Resonanzfrequenz $\nu = h^{-1}(E_2 - E_1)$ das

angeregte System im Zustand E_2 . Letzteres erfährt einen Übergang in Niveau E_1 und emittiert dabei ein zum primären Photon frequenz-, phasen- und polarisationsgleiches Photon der selben Energie. Die Ratenbeschreibung erfolgt über den *Einsteinkoeffizient* B_{21}

$$dN_2^{\text{IE}} = -N_2 u(\nu) B_{21} dt \quad (4)$$

mit der spektralen Leistungsdichte $u(\nu)$ an der Übergangsfrequenz. Wie wir weiter unten sehen werden, spielt dieser Mechanismus eine zentrale Rolle für die Funktion eines Lasers.

Während die spontane Emission ein inkohärenter, statistischer Prozess ist, lassen sich die induzierte Emission und Absorption im Rahmen der Quantenmechanik als kohärente Prozesse beschreiben. Dies hat zur Folge, dass die spontane Emission nicht zur effektiven Verstärkung eines Strahlungsfeldes herangezogen werden kann und daher im Laserbetrieb einen Störfaktor darstellt.

Wir fassen die obigen Prozesse zu den Ratengleichungen

$$\dot{N}_1 = -N_1 B_{12} u + N_2 B_{21} u + N_2 A_{21} \quad (5a)$$

$$\dot{N}_2 = N_1 B_{12} u - N_2 B_{21} u - N_2 A_{21} \quad (5b)$$

zusammen. Wir merken an dieser Stelle an, dass die Einsteinkoeffizienten nicht unabhängig voneinander sind. Vielmehr gelten die Relationen

$$g_1 B_{12} = g_2 B_{21} \quad \text{und} \quad A_{21} = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} B_{21}. \quad (6)$$

Betrachten wir nun die Photonendichte $n(t)$ der Photonen mit Energie $h\nu$ im laseraktiven Medium, so lässt sich deren zeitliche Änderung durch die Übergangsraten des Zweiniveausystems ausdrücken. Man findet

$$\dot{n}(t) = \dot{N}_1 = N_2 A_{21} + u(\nu) (N_2 B_{21} - N_1 B_{12}) = N_2 A_{21} + u(\nu) B_{21} \left(N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \right) \quad (7)$$

wobei wir die erste Beziehung in (6) benutzt haben. Es lässt sich leicht zeigen, dass im thermodynamischen Gleichgewicht $\dot{n}(t) < 0$ gilt; also eine Abschwächung des Strahlungsfeldes im Medium des Zweiniveausystems stattfindet.

Besetzungsinversion Um eine Verstärkung des Strahlungsfeldes zu erhalten, müssen wir $\dot{n}(t) > 0$ erzwingen. Offensichtlich ist dies im thermischen Gleichgewicht nicht möglich, da hier die hinreichende Bedingung

$$\frac{N_2}{g_2} \geq \frac{N_1}{g_1} \quad (8)$$

nicht erfüllt wird. Man benötigt also eine höhere Besetzung des angeregten Zustandes E_2 als die des Grundzustandes E_1 . Man spricht von *Besetzungsinversion*. Diese lässt sich im Rahmen der Thermodynamik formal mit einer absoluten Temperatur $T < 0$ beschreiben. Siehe hierzu auch Abb. 1 (rechts).

Die Grundidee des Lasers besteht nun in der künstlichen Erzeugung einer Besetzungsinversion in einem aktiven Medium, das sich zwischen zwei Spiegeln in einem optischen Resonator befindet. Während einer der Spiegel das Licht vollständig reflektiert, ist der andere teildurchlässig und koppelt einen Teil der im Resonator oszillierenden Energie als Laserlicht aus. Die Besetzungsinversion wird dabei z.B. durch eine seitlich angebrachte Pumplichtquelle oder (wie in unserem Fall) über den frequenzselektiv durchlässigen totalreflektierenden Spiegel eingekoppelt. Siehe hierzu auch Abb. 2 (links). Die Aufgabe des Resonators besteht in der Intensivierung der induzierten Emission. Im Verhältnis dazu wird die spontane Emission vernachlässigbar

und im Folgenden als Störung nicht mehr beachtet. Weiterhin müssen wir beachten, dass der Energieübergang zwischen E_1 und E_2 auf Grund der endlichen Lebensdauer sowie weiterer Effekte *verbreitert* ist. Die tatsächliche Linienform wird oft durch eine Gaußkurve beschrieben, wie in Abb. 2 gestrichelt dargestellt. Ohne Resonator wäre das Spektrum des Lasers durch diese Kurve bestimmt. Der Resonator selbst erlaubt durch seine Randbedingung $2L = N \cdot \lambda$ (L Resonatorlänge, $N \in \mathbb{N}$ Modennummer) aber nur noch diskrete longitudinale Moden, die durch ein Lorentzprofil beschrieben werden können. I.d.R. ist dessen Breite $\delta\nu_R$ weitaus kleiner als die des Laserübergangs $\delta\nu_L$. Damit erzeugt die Kombination aus aktivem Medium und Resonator nur noch Licht diskreter, scharf begrenzter Wellenlängen. Baut man zusätzlich ein Etalon in den Strahlengang ein, lassen sich sog. *Singlemode*-Laser realisieren. Dieser emittieren nur noch genau eine Wellenlänge, d.h. sie verstärken eine einzelne Mode.

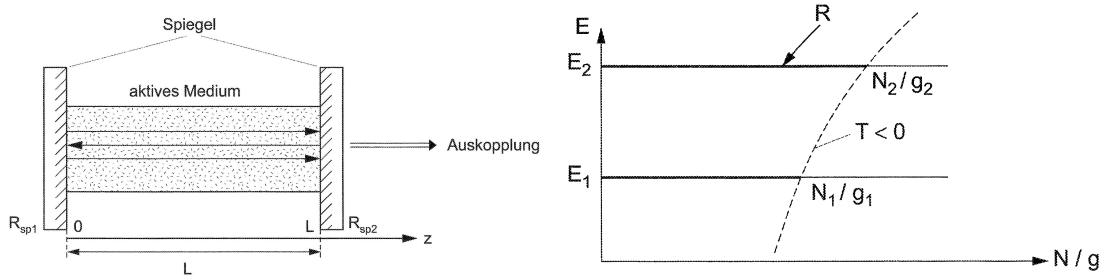


ABBILDUNG 1: **Links:** Schematischer Aufbau eines Lasers, aus [1]. Das aktive Medium befindet sich zwischen zwei Spiegeln, die einen optischen Resonator bilden. Während der linke Spiegel zu 100 % reflektiert, ist der rechte sog. Auskopplungsspiegel teildurchlässig. Über ihn verlässt ein Teil der Energie den Resonator als Laserlicht. Die Energiezufuhr erfolgt z.B. seitlich über eine Pumplichtquelle (nicht dargestellt). **Rechts:** Energieschema des Zweiniveausystems, aus [1]. Nach rechts ist die mit dem Entartungsgrad gewichtete Besetzungszahl im Falle einer Besetzungsinversion aufgetragen. Die gestrichelte Linie beschreibt eine Boltzmann-Verteilung mit negativer Temperatur.

Wir beschreiben die Form des Übergangs zwischen E_1 und E_2 durch $g(\nu)$ und wählen eine Resonatormode aus. Dann müssen wir die Photonenrate schreiben als

$$\dot{n}(t) = u(\nu)\delta\nu_R g(\nu) B_{21} \left(N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \right) = h\nu n(t) g(\nu) B_{21} \left(N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \right) \quad (9)$$

wobei wir für die Energiedichte $u_\nu := u(\nu)\delta\nu_R = h\nu n(t)$ benutzt und die spontane Emission vernachlässigt haben. Führt man jetzt noch die *Kleinsignalverstärkung*

$$\gamma(\nu) = \left(N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \right) \frac{c^2}{8\pi\nu^2\tau_L} g(\nu) \quad (10)$$

(mit der Lebensdauer $\tau_L = A_{21}^{-1}$ des Niveaus E_2 und der Lichtgeschwindigkeit c im aktiven Medium) ein und setzt $dz = cdt$, so findet man schließlich

$$\frac{du_\nu(z)}{dz} = \gamma(\nu)u_\nu(z) \quad (11)$$

wobei z die Position im aktiven Medium beschreibt. Die Intensität der Strahlung folgt mit $I_\nu(z) = cu_\nu(z)$ und unter Berücksichtigung von Verlusten auf Grund von Absorption und Streuung and nicht-aktiven Atomen durch den Verlustfaktor $\alpha(\nu)$ findet man für die Intensität

$$I_\nu(z) = I_\nu(0) \exp([\gamma(\nu) - \alpha(\nu)]z) . \quad (12)$$

Dies ist das LAMBERT-BEERSCHE-GESETZ im aktiven Medium eines Lasers. Überkompensiert die Kleinsignalverstärkung γ die Verluste α , wächst die Intensität beim Durchlaufen des Lasermediums exponentiell an; andernfalls wird die Strahlung exponentiell gedämpft.

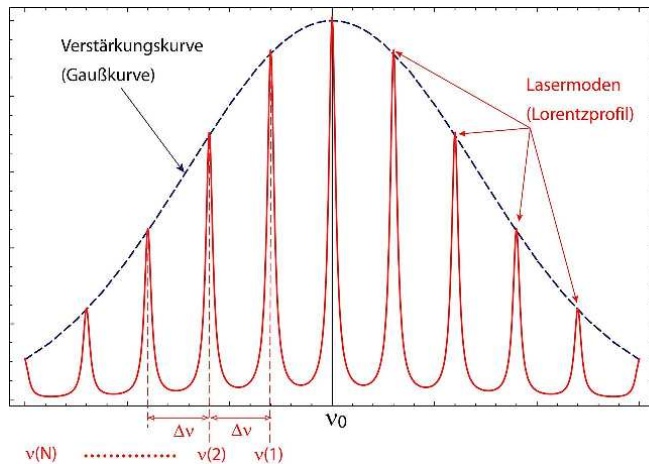


ABBILDUNG 2 : Emissionsspektrum eines *Multimode-Lasers*, aus [2]. Die Verstärkungskurve ist durch die Linienbreite $\delta\nu_L$ des Laserübergangs gegeben. Der Resonator erlaubt nur longitudinale Moden diskreter Wellenlängen. Deren Breite $\delta\nu_R$ wird durch die Güte des Resonators bestimmt und ist zumeist viel kleiner als $\delta\nu_L$. Die Intensität der Lasermoden wird durch ein Lorentzprofil beschrieben. Das Spektrum eines Multimode-Lasers entspricht dann der roten Kurve.

Betrachten wir nun den einmaligen Umlauf des Lichtes im Resonator. Mit den Reflektionsfaktoren R_{sp1} und R_{sp2} der beiden Spiegel (siehe Abb. 1 (links)) gilt dann für die Intensität

$$I_\nu(2L) = I_\nu(0) \exp([\gamma(\nu) - \alpha(\nu)] 2L) R_{sp1} R_{sp2}. \quad (13)$$

Der Übergang vom dämpfenden zum verstärkenden Fall wird durch $I_\nu(2L) = I_\nu(0)$ beschrieben. Man findet als kritische Kleinsignalverstärkung $\gamma_{crit}(\nu)$

$$\gamma_{crit}(\nu) = \alpha(\nu) - \frac{\ln(R_{sp1} R_{sp2})}{2L} \quad (14)$$

und mit der *Besetzungsinversion* $\sigma := N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1$ ergibt sich die **SCHWELLENBEDINGUNG VON SCHAWLOW UND TOWNES**

$$\sigma_{crit} = \frac{8\pi\nu^2\tau_L}{c^2 g(\nu)} \left[\alpha(\nu) - \frac{\ln(R_{sp1} R_{sp2})}{2L} \right]. \quad (15)$$

Die nötige Besetzungsinversion wird also sowohl von den Eigenschaften des aktiven Mediums ($g(\nu)$, $\alpha(\nu)$ etc.) als auch durch die Parameter des Resonators (R_{sp1} , R_{sp2}) bestimmt.

Die Ratengleichungen Die Dynamik eines Lasers kann durch die hergeleiteten Ratengleichungen beschrieben werden. Hierfür beschreiben wir im Folgenden *alle* Resonatorverluste durch

$$\dot{n}(t) = -kn(t) \quad (16)$$

wobei $k = \frac{\omega}{Q}$ durch die Resonanzkreisfrequenz ω und die Resonator(kreis)güte $Q = \frac{\nu}{\delta\nu_R}$ gegeben ist. Definieren wir noch $B := B_{21} h\nu g(\nu)$, können die Ratengleichungen (5) und (9) geschrieben werden als

$$\dot{N}_1(t) = -R + n(t)B\sigma(t) + N_2(t)A_{21} \quad (17a)$$

$$\dot{N}_2(t) = +R - n(t)B\sigma(t) - N_2(t)A_{21} \quad (17b)$$

$$\dot{n}(t) = -kn(t) + n(t)B\sigma(t) \quad (17c)$$

wobei die *Pumprate* R berücksichtigt wurde. Wir erhalten schließlich für den nicht-entarteten Fall $g_1 = 1 = g_2$

$$\dot{\sigma}(t) = 2R - \frac{2}{\tau_T}\sigma - 2Bn(t)\sigma(t) \quad (18a)$$

$$\dot{n}(t) = -kn(t) + n(t)B\sigma(t) \quad (18b)$$

wobei wir $\sigma = N_2 - N_1 \approx N_2$ angenommen haben. Eine zeitlich konstante Strahlungsdichte und Besetzungsinversion, also eine stationäre Lösung

$$\dot{n}(t) = 0 \quad \text{und} \quad \dot{\sigma}(t) = 0 \quad (19)$$

erhält man für

$$\sigma_{\text{stat}} = \frac{k}{B} \quad \text{und} \quad n_{\text{stat}} = \frac{R}{k} - \frac{1}{B\tau_L}. \quad (20)$$

Für eine physikalisch sinnvolle (d.h. $n_{\text{stat}} \geq 0$) Lösung muss die Pumprate also den durch die spontane Emission hervorgerufenen Verlust kompensieren. Dies definiert die *Pumpratenschwelle*

$$R_{\text{crit}} = \frac{k}{B\tau_L}. \quad (21)$$

Ein idealer Laser wird mit σ_{stat} und n_{stat} im stationären Zustand betrieben. Allerdings können Störungen des Systems (z.B. der Spannungsversorgung) gedämpfte, harmonische Schwingungen der Laserleistung, sog. *Relaxationsschwingungen* hervorrufen. Auch beim Einschalten des Pumpmechanismus (wichtig z.B. im gepulsten Betrieb) kommt es zu einer periodischen Dynamik der Strahlungsdichte im Resonator, dem sog. *Spiking*. Auf diese nicht-stationären Lösungen des nicht-linearen DGL-Systems (18) soll hier nicht weiter eingegangen werden.

Wir wollen im Folgenden zwei weitere Formen der Ratengleichungen (18) vorstellen, die auf Grund ihrer Parameter besser für experimentelles Arbeiten geeignet sind. Zu diesem Zweck nehmen wir an, dass sich das aktive Medium als 4-Niveau System beschreiben lässt. Da nun das untere Laserniveau E_1 durch Übergang in den Grundzustand E_0 kontinuierlich entvölkert wird, können wir in guter Näherung $N_1 \approx 0$ annehmen. Wir erhalten dann die Ratengleichungen

$$\dot{N}_2(t) = R - \sigma_L c n(t) N_2(t) - \frac{N_2(t)}{\tau_L} \quad (22a)$$

$$\dot{n}(t) = -\frac{n(t)}{\tau_P} + \frac{\sigma_L c}{V} \cdot N_2(t) \left(n(t) + \frac{1}{V} \right) \quad (22b)$$

mit den Parametern:

- $\tau_L = A_{21}^{-1}$: Lebensdauer des oberen Laserniveaus
- σ_L : Wirkungsquerschnitt der stimulierten Emission
- $\tau_P = k^{-1} = \frac{T_R}{l}$: Lebensdauer der Photonen im Resonator
- $T_R = \frac{l}{c}$: Umlaufzeit der Photonen im Resonator
- $l = -\ln R_{\text{sp2}} - \ln(1-s) = -\ln(1-\text{OC}) - \ln(1-s)$: Verluste durch Auskoppelspiegel (OC) und sonstige Verluste (s)
- OC: Transmissionsgrad des Auskoppelspiegels
- V : Modenvolumen im aktiven Medium
- $R = \frac{P_{\text{absorbiert}}}{h\nu_{\text{pump}}}$: Pumprate

Da wir weder N_2 noch n im Experiment direkt messen können, ist es ratsam obige Gleichungen weiter umzuformen. Wir erhalten dann

$$\dot{g}(t) = -\frac{g(t) - g_0}{\tau_L} - \frac{g(t)P(t)}{E_{\text{sat}}} \quad (23a)$$

$$\dot{P}(t) = \frac{2g(t) - l}{T_R} P(t) + \frac{2g(t)}{T_R} P_{\text{vac}} \quad (23b)$$

mit den Parametern:

- $P(t) = I(t)A_{\text{eff}}$: Strahlleistung im Resonator
- $I(t) = h\nu c n(t)$: Strahlintensität im Resator
- $A_{\text{eff}} = \pi W_L^2$: Modenquerschnittsfläche
- W_L^2 : Strahlradius im aktiven Medium
- $g(t) = \frac{\sigma_L}{2A_{\text{eff}} \cdot N_2(t)}$: Gewinn
- $g_0 = \frac{\sigma_L}{2A_{\text{eff}}} \cdot R \cdot \tau_L$: Kleinsignalgewinn
- $E_{\text{sat}} = h\nu \frac{A_{\text{eff}}}{\sigma_L}$: Sättigungsenergie
- $P_{\text{vac}} = \frac{h\nu}{T_R} \approx 0$: Vakuumfluktuationen

1.2 Gaußsche Strahloptik

Der von einem Laser emittierte Lichtstrahl wird in der üblicherweise benutzten TEM_{00q} -Mode im Querschnitt durch eine Gauß-Funktion beschrieben; d.h. die Intensität ist radialsymmetrisch gaußverteilt. Das zur Beschreibung eines solchen Strahls verwendete Modell benutzt Eigenschaften der Strahlen *und* Wellenoptik und fußt auf einer genäherten Helmholtz-Gleichung. Die resultierende elektrische Feldverteilung wird als *Gauß-Strahl* bezeichnet und ist gegeben durch

$$E(r, z) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} \cdot e^{-\left(\frac{r}{w(z)}\right)^2} \cdot e^{-ik \frac{r^2}{2R(z)}} \cdot e^{i(\zeta(z) - kz)} \quad (24)$$

mit der Wellenzahl $k = \frac{2\pi}{\lambda}$. Für die von Radius r und Position z abhängige Intensität gilt dann

$$I(r, z) = I_0 \left(\frac{w_0}{w(z)} \right)^2 e^{-\frac{2r^2}{w^2(z)}}. \quad (25)$$

Die ortsabhängigen Parameter $w(z)$, $R(z)$ und $\zeta(z)$ beschreiben die Geometrie des Strahls und die Phase der Wellenfronten. Sie sollen im Folgenden kurz erläutert werden, siehe hierzu auch Abb. 3.

1. **Transversales Profil:** Das transversale Profil des Strahls ist für die Namensgebung verantwortlich und daher *gaußförmig*. Der Strahlradius wird als $w(z)$ bezeichnet und ist gegeben durch

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2} \quad (26)$$

mit dem minimalen Radius w_0 und der *Rayleigh-Länge* $z_0 = \frac{\pi \cdot w_0^2 n}{\lambda}$. Hier bezeichnet n den Brechungsindex. Der Strahl hat also bei $z = 0$ eine Taille und weitet sich vor und nach seinem Brennpunkt auf. Bei einem Laser befindet sich diese Taille innerhalb des Resonators.

2. **Axiales Profil:** Das axiale Profil eines Gauß-Strahls entspricht einem Lorentz-Profil. Man definiert $\pm z_0$ als die Positionen vor und nach der Strahltaile für die $w(\pm z_0) = \sqrt{2}w_0$ gilt; die Querschnittsfläche bei $\pm z_0$ ist also doppelt so groß wie bei $z = 0$. z_0 ist dann gerade die oben eingeführte *Rayleigh-Länge*. Den in Abb. 3 (unten) eingezeichneten Abstand $b := 2z_0$ nennt man *konfokalen Parameter*.

3. **Krümmung:** Die Phasenlage der Wellenfronten wird durch die beiden Exponentialfunktionen mit imaginärem Exponenten bestimmt. Die *Krümmung* besagter Wellenfronten ist dann durch den *Krümmungsradius*

$$R(z) = z \left(1 + \left(\frac{z_0}{z} \right)^2 \right) \quad (27)$$

bestimmt. Für $z \rightarrow 0$ divergiert $R(z) \rightarrow \infty$ sodass bei $z = 0$ eine ebene Wellenfront vorliegt.

4. **Divergenz:** Der asymptotisch definierte halbe Öffnungswinkel θ_{div} des Gauß-Strahls wird als *Divergenz* bezeichnet. Er ist gegeben durch

$$\theta_{\text{div}} = \frac{\Theta}{2} = \arctan \left(\frac{w_0}{z_0} \right) = \arctan \left(\frac{\lambda}{\pi w_0} \right) \quad (28)$$

wobei Θ der in Abb. 3 (unten) eingezeichnete volle Öffnungswinkel ist. Offensichtlich ist die Divergenz umso größer, je schmaler die Strahltaile z_0 ist. Starkes Fokussieren eines Gauß-Strahls zieht also zwangsweise eine große Divergenz nach sich.

5. **Gouy-Phase:** Die zusätzliche Phase $\zeta(z)$ wird als *Gouy-Phase* bezeichnet und ist durch

$$\zeta(z) = \arctan \left(\frac{z}{z_0} \right) \quad (29)$$

gegeben. Sie liefert einen Phasenunterschied von π zwischen den Grenzfällen $z \rightarrow -\infty$ und $z \rightarrow +\infty$.

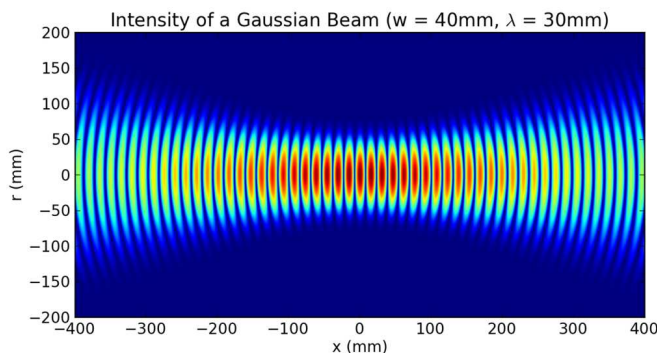
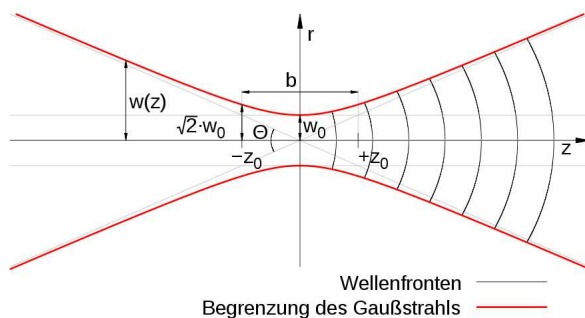


ABBILDUNG 3 :

Oben: Simulation der Intensitätsverteilung (farbcodiert) eines Gaußstrahls mit $\lambda = 30$ mm und $W_0 = 40$ mm, aus [3].

Unten: Schematischer Querschnitt eines Gaußstrahls mit den im Text verwendeten Parametern, aus [4].



Der Vorteil der Beschreibung als Gauß-Strahl geht unter anderem auf die Invarianz dieser Beschreibung unter Abbildungen durch Linsen zurück. D.h. ein Gauß-Strahl mit gegebenen Parametern wird durch eine Linse wieder zu einem Gauß-Strahl transformiert – allerdings mit neuen Parametern.

Zum Abschluss dieses Abschnittes merken wir an, dass der Gauß-Strahl nur ein Spezialfall eines allgemeineren Satzes von Lösungen der paraxial genäherten Wellengleichung ist. Im Rahmen der Beschreibung von Laser-Resonatoren erweisen sich die *hermiteschen Gauß-Moden* als nützlich. Sie werden allgemein durch

$$E_{l,m}(x, y, z) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} \cdot H_l \left(\sqrt{2} \frac{x}{w(z)} \right) \cdot H_m \left(\sqrt{2} \frac{y}{w(z)} \right) \cdot e^{-\left(\frac{r}{w(z)}\right)^2} \cdot e^{-ik \frac{r^2}{2R(z)}} \cdot e^{i[(l+m+1)\zeta(z) - kz]} \quad (30)$$

beschrieben, wobei $H_{l,m}$ die *hermiteschen Polynome* vom Grad $l \in \mathbb{N}$ bzw. $m \in \mathbb{N}$ bezeichnen. Für den Fall eines rotationssymmetrischen Resonators ist die dominante Lasermode durch $l = 0 = m$ gekennzeichnet. Dies ist der zuvor eingeführte Gauß-Strahl ($H_0 = 1$). Für asymmetrische Resonatoren (unterschiedliche Geometrie in x - und y -Richtung) treten dann höhere Moden mit $l \neq 0 \neq m$ auf.

1.3 Optische Resonatoren

Optische Resonatoren sind, neben dem aktiven Medium, ein zentrales Element jedes Lasers. Der Resonator hat dabei zwei Hauptaufgaben:

1. Durch das wiederholte Durchlaufen des aktiven Mediums erlaubt es der Resonator extrem hohe Strahlintensitäten bei scharf definierten Frequenzen mittels vergleichsweise schwacher Pumplichtquellen aufzubauen.
2. Die Resonatorgeometrie erlaubt das frequenz- und modenselektive Verstärken der Strahlung. Auf diese Weise lassen sich unerwünschte Moden (z.B. nicht-gaußsche Strahlen) und Frequenzen mittels hoher Resonatorverluste "herausdämpfen".

Laserresonatoren bestehen üblicherweise aus zwei flachen oder gekrümmten Spiegeln mit fixiertem Abstand (in unserem Protokoll immer mit L , in Abb. 4 (rechts) mit l bezeichnet). Der Raum dazwischen wird ganz oder teilweise (wie in unserem Fall) durch das aktive Medium gefüllt. In Abb. 4 (links) sind einige wichtige Resonatorkonfigurationen dargestellt.

Damit eine Spiegelkonfiguration überhaupt Moden mit geringen Verlusten aufweisen kann, müssen die beiden folgenden Kriterien erfüllt sein:

1. Es muss eine Schar von optischen Strahlen existieren, sodass diese eine große Anzahl von Reflektionen erleiden können, *ohne* den Resonator seitlich zu verlassen ($\sim 20 - 100$).
2. Wenn a_i die Radien der beiden Resonatoren 1 und 2 bezeichnet und l ihren Abstand, dann muss die Relation

$$\frac{a_1 a_2}{\lambda l} \gtrsim 1 \quad (31)$$

erfüllt sein. Da die hier betrachteten Wellenlängen im optischen, a_1 , a_2 und l aber im cm-Bereich liegen, ist diese Bedingung i.d.R. erfüllt.

Um die Stabilität von Moden zu untersuchen betrachten wir die allgemeine Strahlform, die durch Gleichung (30) beschrieben wird (dies schließt den Gauß-Strahl mit ein). Wir gehen nun davon aus, dass eine gegebene Mode eine hohe Resonatorgüte Q und damit geringe Resonatorverluste aufweist, wenn die Wellenfronten senkrecht auf die begrenzenden Spiegel treffen. In diesem Fall stellt sich eine sich selbst reproduzierende, stabile Feldkonfiguration im Resonator ein. Ist die Position der Spiegel durch z_1 und z_2 gegeben, lautet obige Bedingung

$$R_1 = z_1 + \frac{z_0^2}{z_1} \quad \text{und} \quad R_2 = z_2 + \frac{z_0^2}{z_2} \quad (32)$$

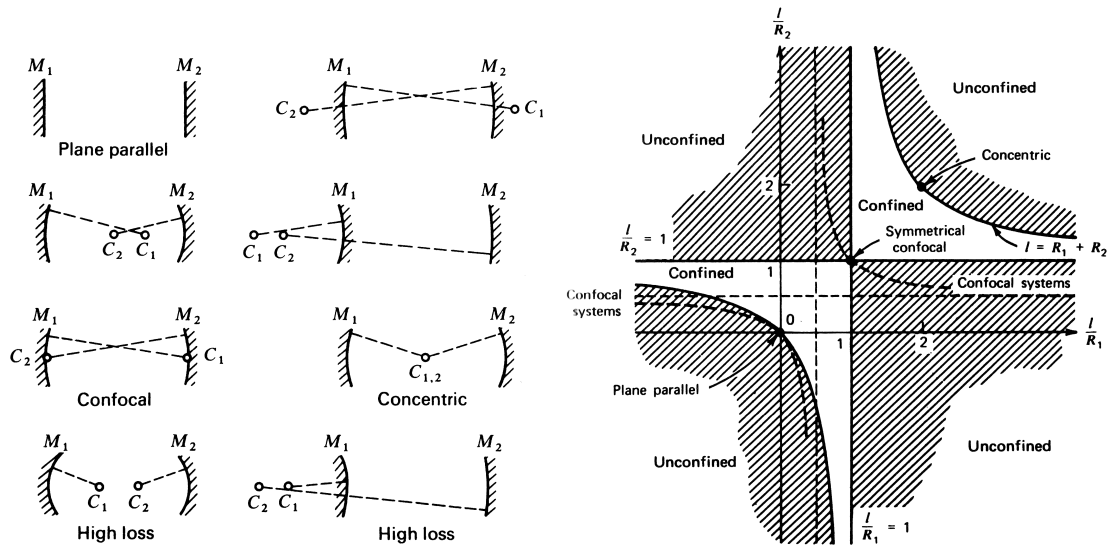


ABBILDUNG 4 : **Links:** Verschiedene Resonatorkonfigurationen, aus [5]. Die Geometrie bestimmt ob, und wenn, welche Moden verlustfrei eingeschlossen werden können. Bis auf die untersten beiden Konfigurationen weisen alle dargestellten Resonatoren stabile Moden mit geringen Verlusten auf. **Rechts:** Grafische Darstellung des Stabilitätskriteriums (36), aus [5]. In den schraffierten Bereichen sind keine verlustarmen Moden möglich, während in den ungeschraffierten Bereichen die Strahldurchmesser auf den Spiegeln klein genug sind, sodass ein Einschluss der Energie erfolgen kann. Offensichtlich befinden sich viele der links dargestellten Resonatoren auf der Grenze beider Bereiche. Kleinste Änderungen ihrer Geometrie können daher zu dramatischen Güteverlusten führen.

oder umgekehrt

$$z_1 = \frac{R_1}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{R_1^2 - 4z_0^2} \quad \text{und} \quad z_2 = \frac{R_2}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{R_2^2 - 4z_0^2}. \quad (33)$$

Gibt man also eine Strahltaile w_0 (und damit z_0) sowie zwei Krümmungsradien $R_{1,2}$ vor, dann sind durch obige Gleichungen die Positionen der Spiegel bestimmt.

Betrachtet man den symmetrischen Fall zweier gleicher Spiegel $R_2 = -R_1 =: R$ findet man durch einfache Rechnung

$$z_0^2 = \frac{(2R - l)l}{4} \quad \text{und damit} \quad w_0 = \sqrt{\frac{\lambda}{\pi n}} \cdot \left(\frac{l}{2}\right)^{1/4} \cdot \left(R - \frac{l}{2}\right)^{1/4}. \quad (34)$$

Der Strahlradius auf den Spiegeln ergibt sich mit $w(z)$ und $z = l/2$ zu

$$w_{1,2} = \left(\frac{\lambda l}{2\pi n}\right)^{1/2} \cdot \left(\frac{2R^2}{l(R - l/2)}\right)^{1/4}. \quad (35)$$

Gibt man l vor, findet man den kleinsten Strahldurchmesser auf den Spiegeln für $R = l$. Da dann die Fokusse beider Spiegel zusammenfallen spricht man von einem *symmetrischen konfokalen Resonator*. Ein solcher ist in Abb. 4 (links) abgebildet. Betrachtet man hingegen zwei planparallele Spiegel $R \rightarrow \infty$, so divergiert auch der Strahldurchmesser $w_{1,2}$ auf den Spiegeln. Da diese nur endliche Maße haben, verliert man zwangsweise Energie, die an den Spiegeln vorbei den Resonator verlässt. Dieser Energieverlust wird im Fall des konfokalen Resonators minimiert.

Die Existenz eingeschlossener (d.h. stabiler) Moden in einem Resonator bestehend aus zwei Spiegeln mit Krümmungsradien $R_{1,2}$ lässt sich auf die Existenz stabiler Gauß-Strahlen in einer bi-periodischen Anordnung aus Linsen mit abwechselnder Brennweite $f_1 = R_1/2$ und $f_2 = R_2/2$ im Abstand l zurückführen. Das Stabilitätskriterium lautet dann

$$0 \leq \left(1 - \frac{l}{R_1}\right) \left(1 - \frac{l}{R_2}\right) \leq 1. \quad (36)$$

Die grafische Darstellung dieses Kriteriums ist in Abb. 4 (rechts) gegeben. In schraffierten Bereichen existieren keine verlustarmen Moden, d.h. der Strahldurchmesser auf den Spiegeln ist so groß, dass der Resonator schnell seine gesamte Energie verliert. In den unschraffierten Bereichen ist dies nicht der Fall und Moden mit hohen Resonatorgüten können angeregt werden.

1.4 Frequenzverdopplung

Der klassischen Optik liegen die Maxwell-Gleichungen zugrunde. Diese gelten zwar auf mikroskopischer Skala auch in Festkörpern, allerdings ist diese Beschreibung wegen der vielen unbekanntenen Freiheitsgrade nicht praktikabel. Daher führt man die *Maxwell-Gleichungen in Materie* ein, indem man die mikroskopischen Reaktionen der Moleküle und Atome in Materialkonstanten subsummiert und die Hilfsfelder \mathbf{D} (elektrische Flussdichte) und \mathbf{H} (magnetische Feldstärke) einführt. An dieser Stelle gehen Annahmen über die Wechselwirkungen zwischen elektromagnetischen Feldern und der Materie ein. Im Rahmen der klassischen Optik wählt man hier *lineare Zusammenhänge*, speziell

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad \text{mit} \quad \mathbf{P} = \epsilon_0 \chi \mathbf{E} \quad (37)$$

mit der *elektrischen Suszeptibilität* χ und der Polarisation \mathbf{P} . Diese Beziehung lässt sich für geringe Intensitäten experimentell verifizieren, versagt aber in Bereichen hoher Intensitäten zunehmend. Tatsächlich ist der Zusammenhang zwischen Polarisation und elektrischem Feld *nichtlinear*

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \left[\chi^{(1)} \mathbf{E} + \chi^{(2)} \mathbf{E}^2 + \chi^{(3)} \mathbf{E}^3 + \dots \right] \quad (38)$$

und die Terme nichtlinearer Ordnung können nur für geringe Intensitäten (d.h. kleine Feldstärken) vernachlässigt werden. Die Suszeptibilitäten sind i.A. sogar Tensoren und bringen Anisotropieeffekte in Kristallstrukturen zum Ausdruck¹.

Diese Nichtlinearität kann in vielfältiger Weise genutzt werden; z.B. zur Summen- oder Differenzfrequenzerzeugung sowie zur *Frequenzverdopplung* (*second harmonic generation, SHG*). Wir werden hier nur den letztgenannten Effekt behandeln, da wir die Frequenzverdopplung zur Erzeugung von grünem Laserlicht einsetzen.

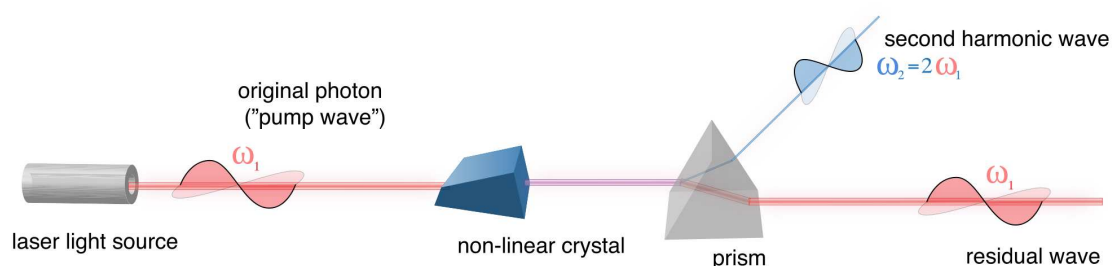


ABBILDUNG 5: Schematische Darstellung zum Prinzip der Frequenzverdopplung, aus [6]. Das primäre Laserlicht (in unserem Fall das Infrarot des Nd:YAG-Lasers, $\lambda_1 = 1064 \text{ nm}$) wird durch einen nichtlinearen Kristall frequenzverdoppelt (bei uns: grünes Licht, $\lambda_2 = 532 \text{ nm}$) und lässt sich anschließend z.B. mittels Dispersion in einem Prisma nachweisen.

Bei der SHG wird mit einem nichtlinearen Kristall die Frequenz einfallender Strahlung bei hohen Intensitäten zum Teil in zur einfallenden Welle kohärente Strahlung der doppelten Frequenz bzw. halben Wellenlänge umgewandelt, siehe Abb. 5. Die Grundlage der SHG ist zum einen die Abweichung des Potentials der schwingenden Elektronen von der Parabelform (harmonischer Oszillator) und zum anderen die Anisotropie dieser Abweichung. Die Abweichung

¹Mit obiger Schreibweise meinen wir also z.B. $P_i^{(2)} = (\chi^{(2)} \mathbf{E}^2)_i \equiv \chi_{ijk}^{(2)} E_j E_k$ und $P_i^{(3)} = (\chi^{(3)} \mathbf{E}^3)_i \equiv \chi_{ijkl}^{(3)} E_j E_k E_l$.

per se führt zu anharmonischen Schwingungen der Elektronen und damit zu Gliedern mit Vielfachem der Primärfrequenz in der Fourierreihe der emittierten elektromagnetischen Strahlung. Das Potential (und damit der Kristall) darf für SHG allerdings nicht zentrosymmetrisch sein, da die Symmetrie dann zum Verschwinden aller Fourierkomponenten gerader Ordnung führt und demnach keine Frequenzkomponente doppelter Frequenz vorhanden sind, siehe auch Abb. 6.

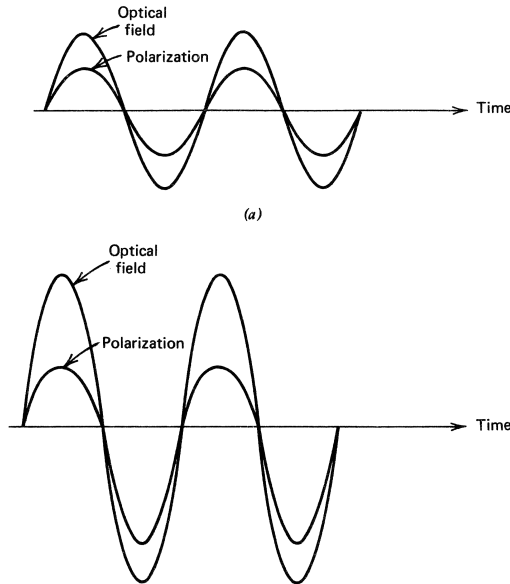


ABBILDUNG 6 :

Oben: Eingestrahktes sinusförmiges elektrisches Feld und die resultierende Polarisation bei einem linearen Kristall, aus [5].

Unten: Eingestrahktes sinusförmiges elektrisches Feld und die resultierende anharmonische Polarisation bei einem nichtlinearen und nicht-zentrosymmetrischen Kristall, aus [5]. Die anharmonisch schwingende Polarisation erzeugt elektromagnetische Wellen mit Komponenten doppelter Frequenz.

Wir wollen im Folgenden mit einem einfachen Modell motivieren, wie die SHG zustande kommt. Zu diesem Zweck nehmen wir an, das einfallende elektrische Feld sei beschrieben durch

$$E(t) = E_0 \sin(\omega t) \tag{39}$$

und die Polarisation sei

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}^{(1)} + \mathbf{P}^{(2)} + \dots = \epsilon_0 \chi^{(1)} \mathbf{E} + \epsilon_0 \chi^{(2)} \mathbf{E}^2 + \dots \tag{40}$$

Dann erhalten wir eine Polarisation zweiter Ordnung

$$|\mathbf{P}^{(2)}| = \epsilon_0 \chi^{(2)} E^2 = \epsilon_0 E_0^2 \chi^{(2)} \sin^2(\omega t) = \frac{\epsilon_0 E_0^2 \chi^{(2)}}{2} - \frac{\epsilon_0 E_0^2 \chi^{(2)}}{2} \cos(2\omega t) \tag{41}$$

wobei wir die trigonometrische Identität $\sin^2(x) = \frac{1}{2}[1 - \cos(2x)]$ verwendet haben. Damit enthält die Polarisation $|\mathbf{P}|$ eine Frequenzkomponente die mit $\cos(2\omega t)$ oszilliert. Dies ist die im Rahmen der SHG erwünschte Welle doppelter Frequenz.

An dieser Stelle ergibt sich ein nicht ganz offensichtliches Problem. Tatsächlich schwingt jedes Elektron im Kristall mit einer Frequenzkomponente doppelter Frequenz. Dies geschieht *kohärent* zur einfallenden Welle. Damit die frequenzverdoppelte Komponente tatsächlich abgestrahlt wird, ist die konstruktive Interferenz der Teilwellen *aller* schwingenden Dipole (d.h. Elektronen) nötig. Da diese aber durch die primäre Welle der Frequenz ω angeregt werden, ist ihre relative Phasenlage durch die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Primärwelle und *nicht* der frequenzverdoppelten Welle festgelegt. Da sich die Phasengeschwindigkeiten dieser Wellen auf Grund der *Dispersion* i.d.R. unterscheiden, kommt es zu destruktiver Interferenz und die frequenzverdoppelte Strahlung wird reabsorbiert. Die nötige Bedingung für die sog. *Phasenanpassung* lautet also

$$n^{2\omega} \stackrel{!}{=} n^\omega \tag{42}$$

mit den Brechungsindizes der beider Frequenzkomponenten. In einem optisch isotropen Kristall verhindert die Dispersion die Gültigkeit dieser Bedingung. Die Phasenanpassung lässt sich technisch auf verschiedene Arten erreichen. Wir verwenden die sog. *kritische Phasenanpassung* in einem doppelbrechenden Kristall. Die Idee ist die Folgende:

Ist der für die Frequenzverdopplung verwendete Kristall optisch einachsiger negativ, also $n_e^\omega < n_o^\omega$, und gilt auf Grund der Dispersion zudem $n_e^{2\omega} < n_o^{2\omega}$, dann ist der Brechungsindex eines außerordentlichen Strahls mit Winkel θ zwischen optischer Achse und Einfallrichtung gegeben durch

$$\frac{1}{n_e^2(\theta)} = \frac{\cos^2 \theta}{n_o^2} + \frac{\sin^2 \theta}{n_e^2}. \quad (43)$$

Unter den genannten Voraussetzungen lässt sich nun ein Winkel θ_m finden, sodass

$$\frac{\cos^2 \theta_m}{(n_o^{2\omega})^2} + \frac{\sin^2 \theta_m}{(n_e^{2\omega})^2} = \frac{1}{(n_e^{2\omega}(\theta_m))^2} \stackrel{!}{=} \frac{1}{(n_o^\omega(\theta_m))^2} \equiv \frac{1}{(n_o^\omega)^2} \quad (44)$$

gilt. Strahlt man also das Primärlicht mit einem Winkel θ_m zur optischen Achse als *ordentlichen Strahl* ein, so hat die zweite Harmonische als *außerordentlicher Strahl* denselben Brechungsindex und die Bedingung der Phasenanpassung ist erfüllt. In unserem Fall lässt sich der Winkel θ_m durch Drehen des KTP-Kristalls und Beobachten der Strahlintensität des grünen Laserlichts finden. Letzteres verlässt den nichtlinearen Kristall dann als außerordentlicher Strahl.

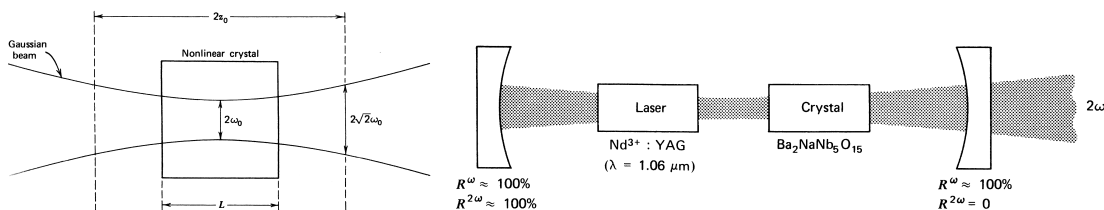


ABBILDUNG 7: **Links:** Befindet sich der nichtlineare Kristall außerhalb des Laserresonators, muss der divergente Primärstrahl mit einer Linse auf den Kristall refokussiert werden, sodass die Strahlteile des Gauß-Strahls in ihm zu liegen kommt. Dies ist auf die umgekehrte Proportionalität zwischen Konversionsgrad und Querschnittsfläche des Strahls zurückzuführen, aus [5]. **Rechts:** Alternativ lässt sich die Konversion auch innerhalb des Resonators durchführen (*intra-cavity SHG*). Hier wird der nichtlineare Kristall zwischen aktivem Medium und Resonatorspiegel platziert. Im Vergleich zur externen Konversion ist hier die Effizienz auf Grund der höheren Intensität besser, aus [5].

Aus technischer Sicht bieten sich zwei Methoden der SHG an:

- 1. Konversion außerhalb des Resonators:** Der nichtlineare Kristall wird außerhalb des Resonators platziert. Wie Rechnungen auf Grundlage eines gaußschen Strahlprofils ergeben, ist die Konversionseffizienz $P^{2\omega} / P^\omega$ umgekehrt proportional zur Querschnittsfläche des Strahls im Kristall. Demnach ist es von Vorteil den Gauß-Strahl auf den Kristall zu fokussieren. Außerhalb des Resonators ist hierfür eine Linse nötig. Liegt die Strahlweite, wie in Abb. 7 (links) dargestellt, im Konversionsmedium, lässt sich die optimale Länge des Kristalls zu $L \approx 2z_0$ abschätzen; exakte Rechnungen ergeben $L_{opt} = 5.68z_0$. Die externe Konversion hat den Vorteil, dass die Struktur des Resonators nicht verändert wird. Daher hat die Konversion keinen Einfluss auf die Modenstabilität des Lasers.
- 2. Konversion innerhalb des Resonators:** Der nichtlineare Kristall wird innerhalb des Resonators, zwischen aktivem Medium und Resonatorspiegel, platziert. Der Kristall ist dann automatisch nahe der Strahlweite platziert, wie in Abb. 7 (rechts) dargestellt. Das Konversionsmedium lässt sich im Rahmen der Ratenbeschreibung des Lasers als zusätzliches Verlustelement interpretieren. Benutzt man nun einen frequenzselektiven Auskoppelspiegel mit $R_{sp2}(\omega) \approx 1.0$ und $R_{sp2}(2\omega) \approx 0$, lässt sich das "Abschöpfen" der Laserleistung durch die Konversionsrate vollständig kontrollieren. Letztere lässt sich durch die Abmessungen des

Kristalls und den Durchmesser der Strahltaile einstellen. Auf diese Weise kann die gesamte Laserleistung als Licht der Frequenz 2ω ausgekoppelt werden. Diese auch als *intracavity SHG* bezeichnete Methode hat den Vorteil, mit der maximalen Strahlintensität des Lasers zu arbeiten. Allerdings stört der nichtlineare Kristall die Modenstabilität des Resonators und kann zudem Leistungsoszillationen zur Folge haben.

Wir verwenden im vorliegenden Versuch beide Methoden.

1.5 Güteschaltung

Die bisherige Diskussion von Laserresonatoren beschränkte sich auf den kontinuierlichen Betrieb, auch *Dauerstrichmodus* (englisch *continuous wave mode*, kurz cw-mode) genannt. Da sich diese Arbeit mit nichtlinearen Effekten zur frequenzdopplung befasst, sind wir auf hohe Intensitäten angewiesen. Da die Intensität eines Lasers im *gepulsten* Betrieb umgekehrt proportional zur Pulsdauer ist, wollen wir im Folgenden eine Methode vorstellen, mit der ein solcher Pulsbetrieb ohne großen technischen Aufwand hergestellt werden kann.

Die sog. *Kreisgüte-Modulation* (auch *Q-Switch* genannt) beruht auf der kontrollierten Ein- und Ausschaltung der Resonatorrückkopplung. Die Kreisgüte Q wird also kontrolliert von einem niedrigen auf einen hohen Wert geschaltet. Während Q klein ist, springt der Laser nicht an. Wird währenddessen über die Pumplichtquelle Energie in den Resonator eingestrahlt, kann sich die Besetzungsinversion bis zu einem durch Verluste und spontane Emission gegebenen Maximalwert aufbauen. Man kann sich dies wie das Aufladen einer Blitzlampe vorstellen. Wird bei Erreichen maximaler Besetzungsinversion der Q -Wert schnell erhöht, springt der Laser an und emittiert die gesamte zuvor gespeicherte Energie in einem vergleichsweise kurzen Puls. Die so erreichbaren Pulsleistungen übertreffen den cw-Modus um ein Vielfaches.

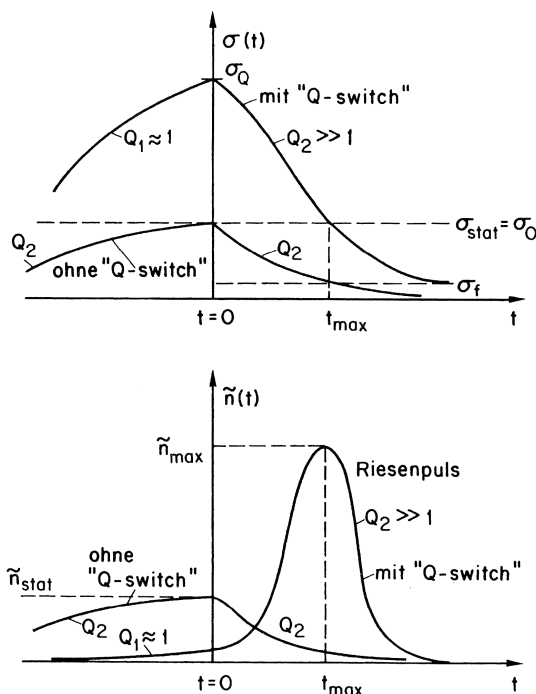


ABBILDUNG 8 :

Oben: Zeitlicher Verlauf der Besetzungsinversion bei einem Laser mit und ohne Q-Switch, aus [1]. Zur Zeit $t = 0$ wird Q von $Q_1 \approx 1$ auf $Q_2 \gg 1$ geschaltet.

Unten: Zeitlicher Verlauf der Photonendichte bei einem Laser mit und ohne Q-Switch, aus [1]. Zur Zeit $t = 0$ wird Q von $Q_1 \approx 1$ auf $Q_2 \gg 1$ geschaltet. Der Leistungspuls bei t_{max} ist gaußförmig.

Die Dynamik eines Lasers mit Q-Switch lässt sich im Rahmen der oben hergeleiteten Raten-gleichungen verstehen. Wir beschränken uns im Folgenden aber auf eine qualitative Diskussion anhand der in Abb. 8 dargestellten Kurven:

- Betrachtet man einen Laser *ohne* Q-Switch mit konstantem $Q_2 \gg 1$, der bis zu $t = 0$ gepumpt wird, dann ergibt sich bei $t = 0$ (je nach Pumpdauer und Intensität) die statische Besetzungsinversion σ_{stat} (Abb. 8 (oben)) sowie die statische Photonendichte n_{stat} (Abb. 8 (unten)). Nach dem Abschalten der optischen Pumpe bei $t = 0$ fallen beide Werte in kurzer Zeit auf 0 zurück.
- Betrachtet man aber einen Laser *mit* Q-Switch, der bis zu $t = 0$ gepumpt wird, also gilt

$$\begin{aligned} Q(t) = Q_1 \approx 1 &\Rightarrow k(t) = k_1 \gg k_2 && \text{für } t < 0 \\ Q(t) = Q_2 \gg 1 &\Rightarrow k(t) = k_2 \approx 0 && \text{für } t \geq 0, \end{aligned}$$

so findet man eine völlig andere Dynamik. Da die Photonendichte für $t < 0$ niedrig gehalten wird (es findet kaum induzierte Emission statt), kann die Besetzungsinversion auf einen viel höheren Wert $\sigma_Q > \sigma_{\text{stat}}$ ansteigen (Abb. 8 (oben)). Zugleich ist die Photonendichte $n(t = 0) \ll n_{\text{stat}}$ beim Abschalten der Pumpe deutlich kleiner als ohne Q-Switch. Kurz nach dem Umschalten des Q-Wertes von Q_1 auf Q_2 setzt die Umwandlung der im Laserniveau E_2 gespeicherten Energie in Strahlungsenergie ein. Die Besetzungsinversion fällt steil auf eine Restinversion σ_f ab und die Photonendichte (und damit die ausgekoppelte Leistung) steigt steil bis auf den Wert n_{max} an (Abb. 8 (unten)). Die Spitzenleistung des Laserpulses lässt sich dann zu

$$P_{\text{max}} = n_{\text{max}} h\nu k_2 \approx \frac{h\nu k_2}{2} \sigma_Q \quad (45)$$

berechnen. Die Form des Laserpulses ist durch ein Gauß-Profil gegeben

$$n(t) = n_{\text{max}} \exp \left[- \left(\frac{t - t_{\text{max}}}{\Delta t / 2} \right)^2 \right] \quad \text{mit der Breite} \quad \Delta t = \frac{\sigma_Q - \sigma_f}{2k_2 n_{\text{max}}}. \quad (46)$$

Die Realisierung des "Schalters" zur Manipulation der Kreisgüte Q erfordert kurze Schaltzeiten, da nur dann ein *einzelner* Puls erzeugt wird. Verwendung finden mechanische Schalter (Rotation des Resonatorspiegels, rotierende Blende etc.), elektrooptische Schalter (Pockels- oder Kerrzellen), akustooptische Schalter (photoelastischer Effekt) und passive Schalter (sättigbare Absorber). Wir beschreiben hier nur die letztgenannte Technik, da diese im vorliegenden Versuch Verwendung findet.

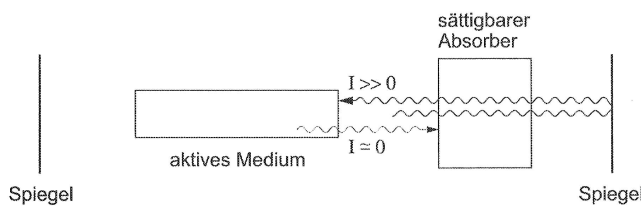


ABBILDUNG 9 : Schematischer Aufbau eines mittels sättigbarem Absorber gütegeschalteten Laserresonators, aus [1]. Der Absorber wird bei hohen Strahlintensitäten innerhalb kürzester Zeit transparent und erhöht so die Kreisgüte sprunghaft. Nach dem Puls steigt die Absorption stark an und verhindert die Strahlungsrückkopplung bis zum nächsten Puls.

Ein *sättigbarer Absorber* ist ein Farbstoff (in unserem Fall ein Cr:YAG Kristall) der im Strahlengang zwischen Resonatorspiegel und aktivem Medium platziert wird, siehe hierzu Abb. 9. Sein kennzeichnendes Merkmal ist ein intensitätsabhängiger Absorptionskoeffizient bei der Laserwellenlänge

$$\alpha_\nu(I) = \frac{\alpha_0}{1 + \frac{I}{I_S}} \quad \text{mit der Sättigungsintensität} \quad I_S = \frac{h\nu}{2\sigma(\nu)\tau} \quad (47)$$

wobei $\sigma(\nu)$ den Absorptionsquerschnitt des Übergangs des Farbstoffes und τ die Lebensdauer seines angeregten Zustandes bezeichnen. Während des Pumpens ist die Intensität der Laserstrahlung $I \approx 0$ und die hohe Absorption des sättigbaren Absorbers verhindert das Anspringen des

Lasers. Die Konzentration des Absorbers wird nun genau so eingestellt, dass beim Erreichen maximaler Besetzungsinversion die Absorption so weit abgefallen ist, dass die transmittierte Intensität gerade die Laserschwelle erreicht. In diesem Moment springt der Laser an; die stark ansteigende Laserleistung im Resonator führt zu einem schnellen Abfallen des Absorptionskoeffizienten $\alpha_\nu(I)$ und hebt die Rückkopplungsblockade auf (positive Rückkopplung zwischen Absorber und Laserleistung). Das Verschwinden der Absorption erfolgt innerhalb von ns. Im Anschluss befindet sich der Farbstoff des Absorbers wieder im Grundzustand und die Absorption steigt auf ihren ursprünglichen Wert an, d.h. Q fällt auf einen kleinen Wert ab und die Strahlungsrückkopplung ist wieder deaktiviert.

2 Auswertung

2.1 Aufbau und Optimierung des Nd:YAG-Lasers

Im ersten Teil soll der Nd:YAG-Laser aufgebaut und zum Laufen gebracht werden. Der schematische Aufbau ist in Abb. 10 dargestellt. Der Aufbau erfolgt auf einem optischen Tisch, wobei das Pumplicht über eine optische Faser herangeführt wird. Die Pumplaserdiode wird über ein digitales Steuergerät mit Strom versorgt. Ihre Leistung lässt sich über den Strom digital regeln. Zur Leistungsmessung des ausgekoppelten Laserlichtes steht eine Photodiode mit angeschlossenen digitalen Leistungsmessgerät zur Verfügung. Des Weiteren kann mit einer empfindlichen Photodiode, die an ein digitales Oszilloskop angeschlossen ist, der zeitliche Verlauf der Laserleistung aufgezeichnet werden.

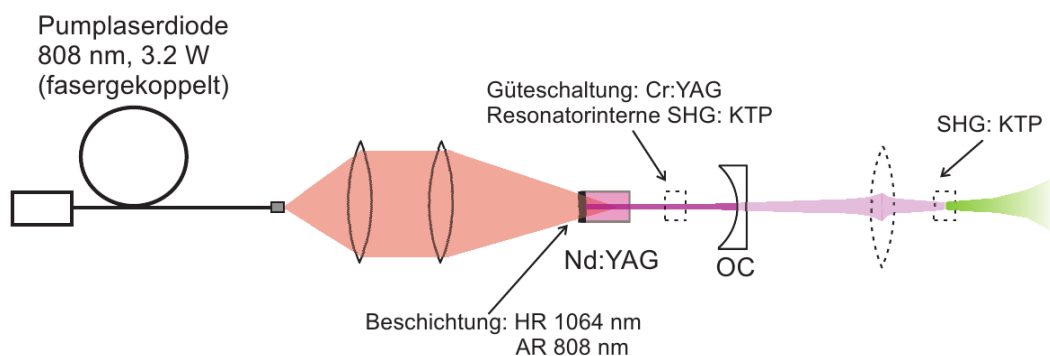


ABBILDUNG 10 : Schematischer Aufbau des Nd:YAG-Lasers, aus [7]. Von links nach rechts: Die Pumplaserdiode wird über ein digitales Steuergerät mit Strom versorgt. Das Pumplicht wird über eine optische Faser zum Aufbau geführt und mittels zweier Linzen kollimiert und auf den Nd:YAG-Kristall fokussiert. Anschließend folgt der austauschbare, rechte Spiegel des Resonators (OC). Hinter dem Resonator können verschiedene optische Elemente aufgebaut werden (Photodiode, KTP-Kristall).

Wir gehen wie folgt vor:

1. Der Kollimator ist fest aufgebaut und die Fokussierung des Pumplichtes auf den Nd:YAG-Kristall durch leichtes Verschieben und Drehen des Kristalls zu erreichen.
2. Wir montieren in die Spiegelhalterung (OC) den 10%-Auskoppelspiegel mit der konkaven Seite nach *innen*. Der Auskoppelspiegel wird ca. 7 cm vom Einkoppelspiegel (beschichtete Außenseite des Kristalls) entfernt montiert.
3. Durch Kippen des Auskoppelspiegels (mittels der Justageschrauben an der Spiegelhalterung) konnte der Laserbetrieb in kurzer Zeit hergestellt werden. Der Laserbetrieb ließ sich mit einer infrarotempfindlichen Karte nachweisen (der ausgekoppelte Laserstrahl erschien als schwach leuchtender Punkt).
4. Die Laserleistung wurde durch Verschieben und Kippen/Drehen des Auskoppelspiegels sowie Drehen des Kristalls optimiert. Hierfür wurde die ausgekoppelte Laserleistung mit der infrarotempfindlichen Photodiode gemessen. Bei der Optimierung wurde das Profil des Laserstrahls mit Hilfe eines IR-Viewers auf einer entfernten Wand kontrolliert. Bei Abweichungen vom erwünschten Gauß-Profil (TEM_{00} -Mode) wurde die Lage des Auskoppelspiegels angepasst.

Zur besseren Veranschaulichung der bis jetzt und im Folgenden verwendeten Gerätschaften sei auf Abb. 11 (oben) verwiesen. Dort ist der gütegeschaltete und resonatorextern frequenzverdoppelte Laser aus Abschnitt 2.4 abgebildet. In Abb. 11 (unten) ist der selbe Aufbau aus einer anderen Perspektive mit dem oben erwähnten IR-Viewer zu sehen.

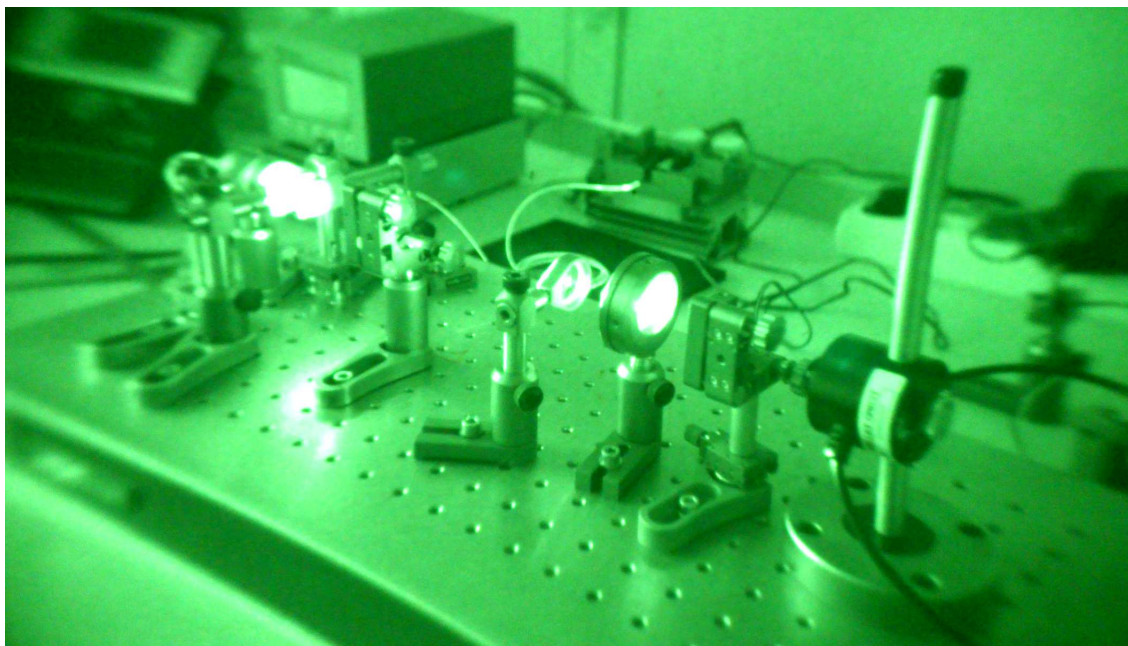
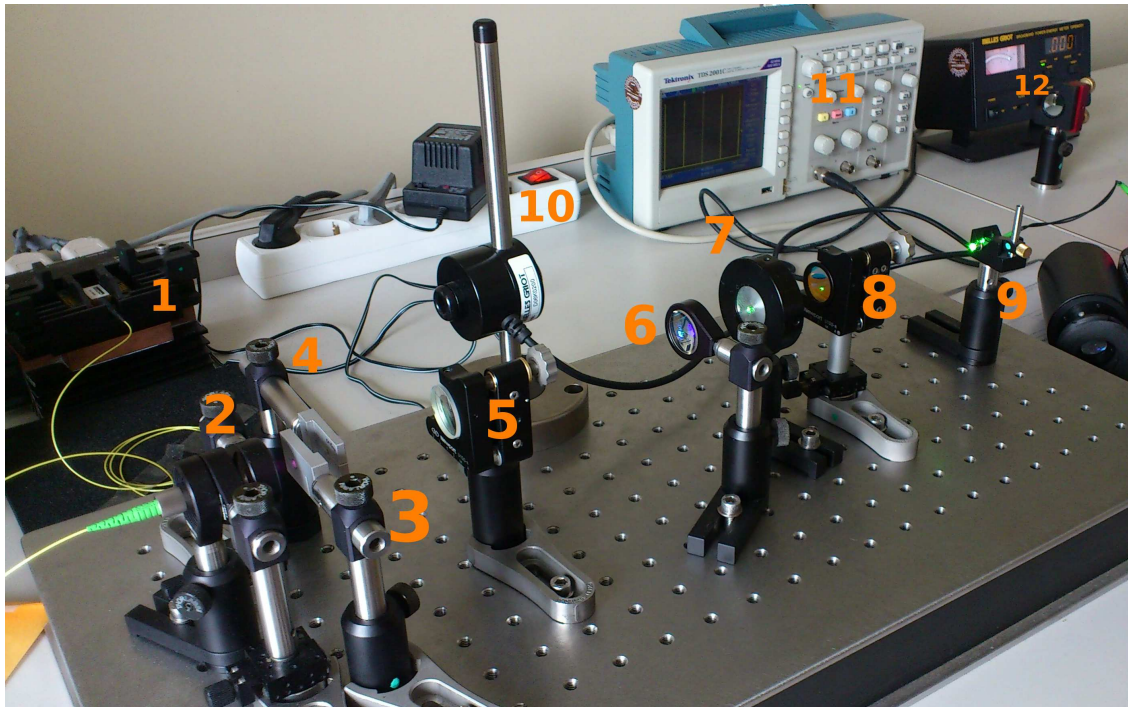


ABBILDUNG 11 : **Oben:** Der optische Tisch mit aufgebautem Resonator, Güteschaltung und resonatorexterner Frequenzverdopplung. Hier sind alle in diesem Versuch verwendeten Bauteile zu sehen: Die Pumplaserdiode mit Kühlkörper (1), die beiden Linsen zur Kollimation und Fokussierung auf das Lasermedium (2), der Nd:YAG-Kristall (3), der Cr:YAG-Kristall (4), der Auskoppelspiegel (5), die Linse zur Fokussierung auf den KTP-Kristall (6), der KTP-Kristall (7), der Interferenzfilter (8), die ans Oszilloskop angeschlossene Photodiode (9), die (gerade nicht verwendete) Photodiode zur Leistungsmessung (10), das Digitaloszilloskop (11) und das Leistungsmessgerät (12). **Unten:** Blick durch den IR-Viewer auf den gütegeschalteten und resonatorextern frequenzverdoppelten Laser in Betrieb. Das helle Leuchten vor dem KTP-Kristall ist das infrarote Laserlicht des Nd:YAG-Lasers.

2.2 Parameter des cw-Nd:YAG-Lasers

Im Folgenden soll die Ausgangsleistung des zuvor aufgebauten Nd:YAG-Laser im cw-Modus untersucht werden. Hierfür verändern wir jeweils einen der folgenden Parameter und messen die Abhängigkeit der Ausgangsleistung mit der Photodiode:

- Diodenstrom I_P der Pumplaserdiode
- Transmissionsgrad OC des Auskoppelspiegels
- Länge L des Resonators

Es folgt die Beschreibung der von uns gemessenen Zusammenhänge.

2.2.1 Abhängigkeit der Ausgangsleistung vom Diodenstrom

Die Abhängigkeit der Ausgangsleistung vom Diodenstrom des Pumplasers ist in Abb. 12 dargestellt. Der Resonator war bei dieser Messreihe mit dem OC = 10 %-Auskoppelspiegel ausgerüstet. Es lassen sich zwei Bereiche unterscheiden: Für $I_P \leq 1.2$ A verschwindet die Laserleistung praktisch, während für $I_P \geq 1.2$ A ein schneller Anstieg zu beobachten ist. Dies lässt den Schluss zu, dass die Pumprate im ersten Fall unter der Pumpratenschwelle R_{crit} (21) liegt; der Laser beginnt also erst im rechten Bereich von Abb. 12 zu arbeiten, da erst hier $R \geq R_{\text{crit}}$ gilt.

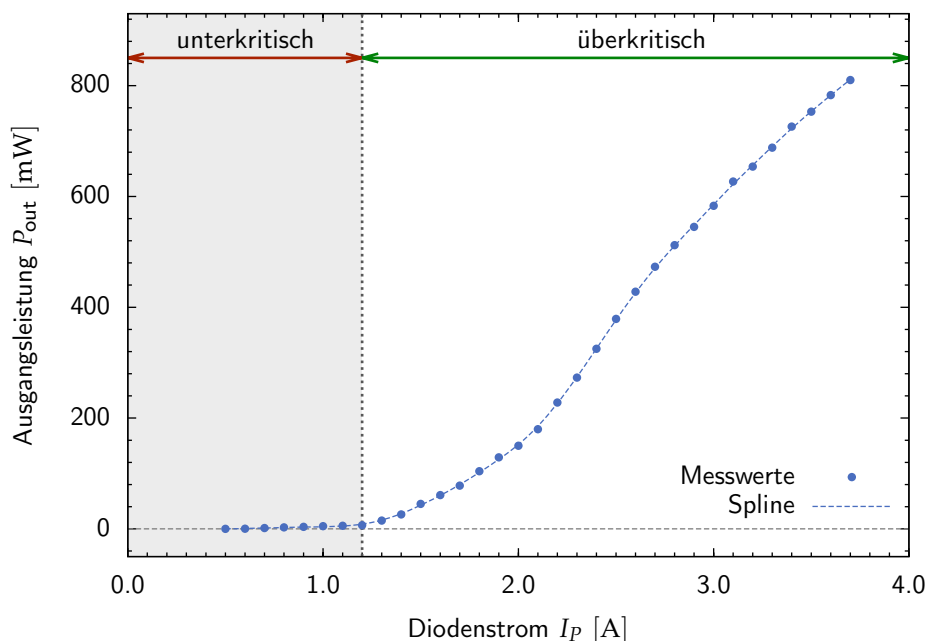


ABBILDUNG 12 : Die Ausgangsleistung P_{out} des Nd:YAG-Lasers in Abhängigkeit vom **Diodenstrom** I_P der Pumpllichtquelle.

Neben dem Erreichen der Laserschwelle bei $I_P \approx 1.2$ A erkennt man, dass die Messkurve einen Wendepunkt aufweist. Offensichtlich steigt die Ausgangsleistung zu Beginn mit positiver Krümmung an, während ab $I_P \sim 2.7$ A eine negative Krümmung einsetzt. Hier deutet sich ein Sättigungsverhalten an, das auf die Besetzungsinversion zurückzuführen ist. Je höher diese ausfällt, desto schwerer wird eine weitere Erhöhung der Besetzungszahldichte des angeregten Zustandes. Allerdings müssen wir an dieser Stelle Vorsicht walten lassen, da uns keine Informationen über den Zusammenhang zwischen Diodenstrom und Pumpllichtleistung vorliegen (der Kühlkörper der Pumplaserdiode führt einen unbekannt Teil der Energie als Wärme ab).

2.2.2 Abhängigkeit der Ausgangsleistung vom Auskoppelgrad

Die Abhängigkeit der Ausgangsleistung vom Auskoppelgrad des rechten Spiegels ist in Abb. 13 dargestellt. Uns standen drei Spiegel mit $OC \in \{10, 20, 30\}$ % Transmissionsgrad zur Verfügung. Es ist sofort ersichtlich, dass die optimale Leistung mit dem $OC = 10\%$ -Spiegel erreicht wird; daher wird dieser für alle folgenden Versuche verwendet.

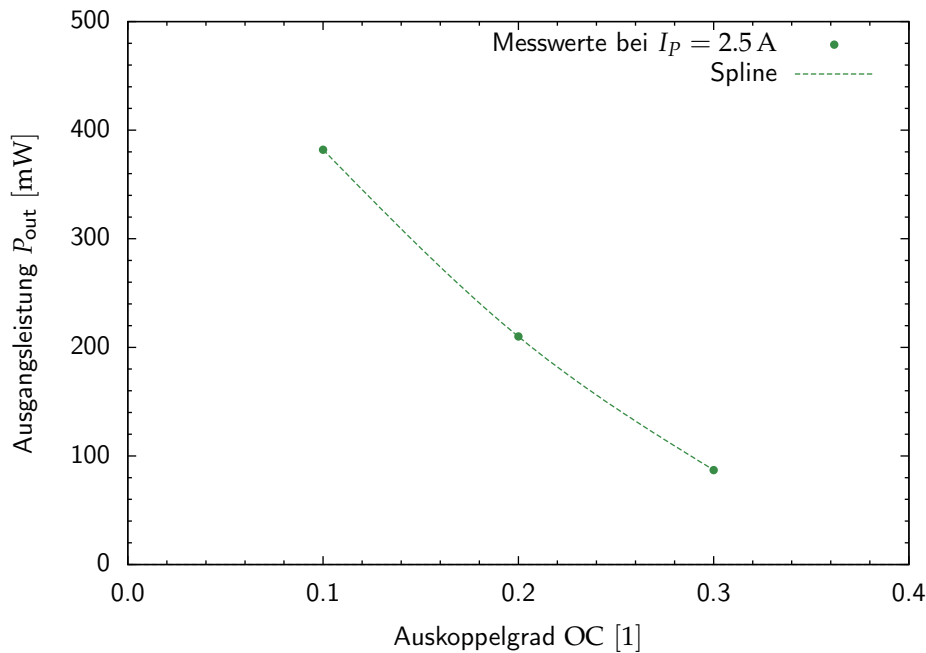


ABBILDUNG 13 : Die Ausgangsleistung P_{out} des Nd:YAG-Lasers in Abhängigkeit vom **Auskoppelgrad** OC des Resonators.

Wir wollen nun den optimalen Auskoppelgrad theoretisch berechnen und mit unserem Ergebnis vergleichen. Wir gehen von den Ratengleichungen (23) aus und nehmen an, dass sich der Laser im stationären Betrieb befindet, also $\dot{g}(t) = 0 = \dot{P}(t)$. Dann gilt

$$0 = -\frac{g - g_0}{\tau_L} - \frac{g \cdot P}{E_{sat}} \quad (48a)$$

$$g = \frac{l}{2} \quad (48b)$$

wobei wir $P_{vac} \approx 0$ verwendet haben. Mit $l = -\ln(1 - OC) - \ln(1 - s)$ folgt schließlich

$$P = \frac{E_{sat}}{\tau_L} \left(\frac{g_0}{g} - 1 \right) = -\frac{E_{sat}}{\tau_L} \left[\frac{2g_0}{\ln(1 - OC) + \ln(1 - s)} + 1 \right] \quad (49)$$

wobei s die resonatorinternen Verluste beschreibt und in unserem Fall zwischen 0.01 und 0.02 liegt. Da für die ausgekoppelte Leistung $P_{out} = OC \cdot P$ gilt, finden wir

$$P_{out}(OC) = -\frac{E_{sat} \cdot OC}{\tau_L} \left[\frac{2g_0}{\ln(1 - OC) + \ln(1 - s)} + 1 \right]. \quad (50)$$

In unserem Fall ergeben sich die Parameter wie folgt. Mit $\nu = \frac{c}{1064 \text{ nm}} = 2.82 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$, $W_L = 100 \mu\text{m}$, $\tau_L = 230 \mu\text{s}$, $\sigma_L = 2.8 \cdot 10^{-23} \text{ m}$, $P_{absorbiert} = 2.2 \text{ W}$ und $\nu_{pump} = \frac{c}{807.5 \text{ nm}} = 3.71 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

ergibt sich

$$E_{\text{sat}} = \frac{h\nu\pi W_L^2}{\sigma_L} = 2.0946 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

$$g_0 = \frac{\sigma_L \tau_L P_{\text{absorbiert}}}{2\pi W_L^2 h\nu_{\text{pump}}} = 0.9166.$$

Wir plottend den Zusammenhang (50) für $s = 0.01$ und $s = 0.02$ in Abb. 14. Man erkennt, dass $P_{\text{out}}(\text{OC})$ in Abhängigkeit von OC ein *Maximum* aufweist.

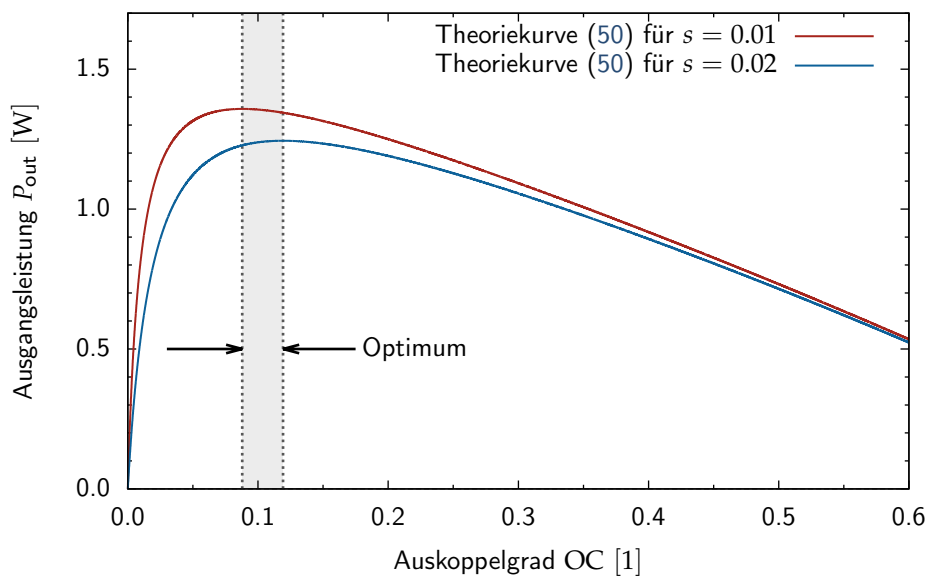


ABBILDUNG 14 : Die **theoretische** Ausgangsleistung P_{out} in Abhängigkeit vom Auskoppelgrad OC des Resonators. Die beiden Kurven entsprechen unterschiedlichen internen Resonatorverlusten s . Wichtig ist, dass es einen *optimalen Auskoppelgrad* OC_{max} gibt, bei dem die Laserleistung ihr Maximum erreicht. Der grau unterlegte Bereich wird von den beiden Maxima der Kurven begrenzt.

Wir finden für $s = 0.01$ numerisch ein Maximum bei $\text{OC}_{\text{max},1} = 0.0879 \approx 8.8\%$ und für $s = 0.02$ bei $\text{OC}_{\text{max},1} = 0.1192 \approx 11.9\%$. Unser gemessenes Optimum bei $\text{OC} = 10\%$ liegt also im Bereich des theoretischen Optimums $\text{OC}_{\text{max}} \in [8.8, 11.9]\%$; auch für geringere Auskoppelgrade als 10% hätten wir also keine signifikant höheren Laserleistungen erwarten können. Des Weiteren ist der Abfall der Laserleistung in Abb. 13 für $\text{OC} \geq 10\%$ in Einklang mit der Theorie.

2.2.3 Abhängigkeit der Ausgangsleistung von der Resonatorlänge

Die Abhängigkeit der Ausgangsleistung von der Resonatorlänge, bei einer festen Pumprate (gegeben über den Pumpstrom $I_p = 2.5 \text{ A}$), ist in Abb. 15 aufgetragen. Zwei Beobachtungen fallen ins Auge: Zum einen hängt die Ausgangsleistung für $L \leq 10 \text{ cm}$ nur schwach von der Resonatorlänge ab. Dies ist dadurch zu begründen, dass in unserem Fall das Lasermedium eine *feste* Länge besitzt und nicht den ganzen Resonatorraum ausfüllt. Zum Anderen fällt die Laserleistung für $L \geq 10 \text{ cm}$ praktisch instantan auf 0 ab; der Laser hört also auf zu Arbeiten. An dieser Stelle wird der Resonator instabil und verliert den Großteil seiner Energie in kürzester Zeit, d.h. es existiert keine Mode mit hohem Q -Wert mehr.

Wir wollen die beobachtete Grenzlänge L_{crit} des Resonators mit der Theorie vergleichen. Hierfür erinnern wir an das Stabilitätskriterium (36). Der linke Spiegel ist in unserem Fall planar,

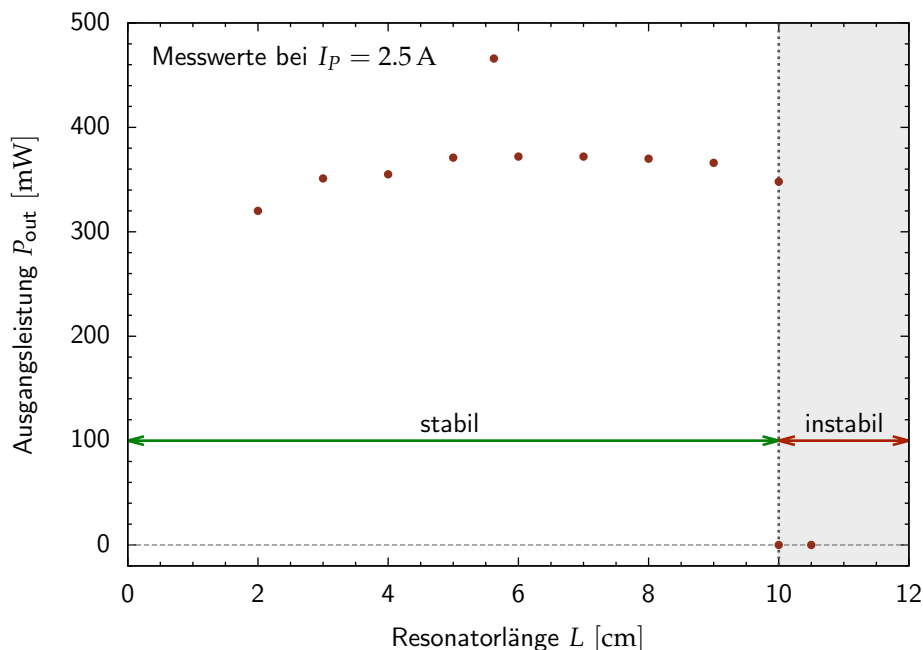


ABBILDUNG 15 : Die Ausgangsleistung P_{out} des Nd:YAG-Lasers in Abhängigkeit von der **Resonatorlänge** L . Nach oben begrenzt das Stabilitätskriterium den Laserbetrieb; nach unten verhindern die technischen Gegebenheiten eine beliebige Verkürzung des Resonators.

also $R_1 = \infty$. Der rechte (Auskoppel-)Spiegel hat eine Brennweite $f = 50$ mm und damit einen Krümmungsradius $R_2 = 2f = 100$ mm. Das Stabilitätskriterium nimmt also die Form

$$0 \leq \left(1 - \frac{L}{100 \text{ mm}}\right) \leq 1$$

an. Dies ist gleichbedeutend mit $L \in [0, 10]$ cm. Damit wird der Resonator der Theorie zufolge für $L_{\text{crit}}^* = 10$ cm instabil; dies entspricht exakt unserer Beobachtung. An dieser Stelle muss angemerkt werden, dass die tatsächliche Stabilitätsgrenze auch von der Pumpleistung abhängt. Für $I_p = 3$ A konnte der Laserbetrieb z.B. bis $L \approx 11$ cm aufrecht erhalten werden. Allerdings lässt sich die maximale Resonatorlänge nur in begrenztem Rahmen durch die Pumpleistung vergrößern.

Zum Abschluss sei darauf hingewiesen, dass die Ausgangsleistung für $5 \text{ cm} \leq L \leq 8 \text{ cm}$ maximal wird; wir wählen daher im Folgenden immer $L \approx 7$ cm.

2.3 Resonatorexterne Frequenzverdopplung

Ziel des folgenden Abschnittes ist die Frequenzverdopplung des infraroten ($\lambda = 1064$ nm) Nd:YAG-Laserlichtes mit Hilfe eines nichtlinearen Kristalls *außerhalb*, d.h. *hinter* dem Resonator; in unserem Fall kommt ein KTP-Kristall² zum Einsatz. Wir erhalten nach der Frequenzverdopplung grünes Licht mit der Wellenlänge $\lambda = 532$ nm.

Unser Vorgehen war wie folgt:

1. Der Nd:YAG-Laser wurde mit dem 10%-Auskoppelspiegel zum lasen gebracht und optimiert.

²Kaliumtitanylphosphat, KTiOPO₄

2. Mit einer $f = 35$ mm-Linse wurde der so erzeugte Laserstrahl hinter dem Resonator refokussiert, siehe hierzu Abb. 10 (rechts).
3. Der KTP-Kristall wurde in den Fokus gebracht, da hier die Intensität ihr Maximum erreicht und die nichtlinearen Effekte erst bei hohen Leistungen zu akzeptablen Konversionsgraden führen.
4. Die Leistung des grünen Laserlichts wurde durch Verschieben und Drehen des KTP-Kristalls optimiert. Wegen der hohen Empfindlichkeit des Auges für grünes Licht ist diese Optimierung mit bloßem Auge möglich. Durch das Drehen des doppelbrechenden KTP-Kristalls erreichen wir Phasenanpassung (siehe Abschnitt 1.4) und optimieren so den Konversionsgrad der SHG.

2.4 Güteschaltung des Nd:YAG-Lasers

In diesem Abschnitt beschreiben wir den Aufbau und die Eigenschaften des gütegeschalteten Nd:YAG-Lasers mit resonatorexterner Frequenzverdopplung. Als sättigbarer Absorber kommt ein Cr:YAG-Kristall zum Einsatz der in den Resonator eingebracht wird.

Unser Vorgehen war wie folgt:

1. Der Aufbau des vorherigen Abschnittes wird durch den Cr:YAG-Kristall ergänzt. Dieser wird zwischen Nd:YAG-Kristall und Auskoppelspiegel in den Resonator gebracht. Dabei ist darauf zu achten, dass der gesamte Gauß-Strahl den quadratischen Absorber durchdringt. Dies lässt sich durch Positionieren des Kristalls in der Nähe der Strahltaile erreichen.
2. Die Intensität des grünen Laserlichts stieg bei korrekter Justage des Absorbers stark an. Durch Justage des Auskoppelspiegels wurde die Laserleistung optimiert und sichergestellt, dass ein Gauß-Strahl den Resonator verlässt.
3. Mit der Photodiode und dem Leistungsmessgerät wurde die Ausgangsleistung (noch vor dem KTP-Kristall!) in Abhängigkeit vom Diodenstrom I_P bestimmt.
4. Anschließend wurde mit der am Oszilloskop angeschlossenen Photodiode die Pulsform des gütegeschalteten Lasers untersucht. Auch diese Messung erfolgte direkt hinter dem Resonator und noch vor der SHG durch den KTP-Kristall.
5. Mit Hilfe des Oszilloskops wurde die Repetitionsfrequenz f_{Rep} des Lasers in Abhängigkeit vom Diodenstrom I_P aufgenommen.
6. Zum Abschluss wurde die Leistung des frequenzverdoppelten, grünen Lichts in Abhängigkeit vom Diodenstrom I_P bestimmt.

Der hier beschriebene Aufbau ist in Abb. 11 (oben) dargestellt und beschrieben. In Abb. 11 (unten) ist eine Aufnahme mit dem IR-Viewer abgebildet. In Abb. 16 ist der zeitliche Verlauf der Laserleistung des gütegeschalteten Lasers vor der SHG dargestellt. Hat der Absorber Sättigung erreicht, setzt der Laserbetrieb innerhalb von ~ 100 ns ein und erreicht sein Leistungsmaximum. Anschließend emittiert das aktive Medium die gesamte im Intervall von ~ 500 μ s gespeicherte Energie der Pumplichtquelle in einem Zeitfenster von ~ 1 μ s. Dies begründet die hohen Spitzenleistungen des gütegeschalteten Lasers. Die Breite (FWHM) des Pulses beträgt ca. 0.3 μ s und ist weitgehend unabhängig von den Systemparametern wohingegen der zeitliche Abstand aufeinanderfolgender Pulse abhängig von der Pumpleistung im Bereich von 160 μ s bis 500 μ s variiert (siehe Diskussion unten).

Wir fahren nun mit der Diskussion der gemessenen Abhängigkeiten fort.

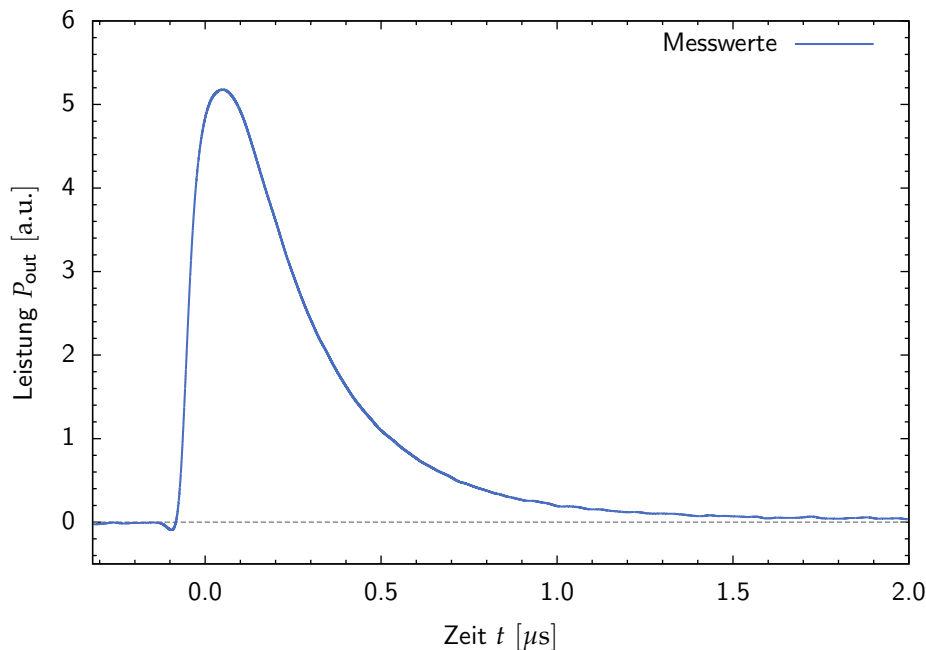


ABBILDUNG 16 : Leistung des gütegeschalteten Lasers über die Zeit. Abgebildet ist ein einzelner Laserpuls.

2.4.1 Abhängigkeit der Ausgangsleistung vom Diodenstrom

Die Ausgangsleistung des infraroten Lichts des gütegeschalteten Lasers in Abhängigkeit vom Diodenstrom ist in Abb. 17 dargestellt.

Bleibt die Pumprate unter einer kritischen Schwelle, die mit $I_p \approx 2.7 \text{ A}$ identifiziert werden kann, reicht die spontane Emission im Lasermedium *nicht* aus, um den Absorber zu sättigen und den Q -Wert des Resonators auf niedrige Werte zu "schalten". Folglich springt der Laser nicht an und die gemessene Leistung bleibt auf einem niedrigen Niveau. Das überhaupt ein Signal gemessen wird, lässt sich auf die spontane und z.T. auch induzierte Emission im Lasermedium zurückführen. Dieses (inkohärente) Licht verlässt den Resonator über den 10%-Auskoppelspiegel und wird detektiert.

Für $I_p \geq 2.7 \text{ A}$ reicht die spontane Emission aus den Absorber zu sättigen und das Q -Switching kann ablaufen. In Folge dessen startet der Laser und die Ausgangsleistung (jetzt kohärenten Lichts) steigt sprunghaft an. Anschließend wächst die Laserleistung nahezu proportional zum Diodenstrom auf Werte von über 200 mW.

Man vergleiche an dieser Stelle mit den Laserleistungen in Abb. 12 im cw-Modus. Diese sind offensichtlich *nicht* größer als die mit der Güteschaltung erreichten. Der Grund für dieses paradox erscheinende Ergebnis ist die Tatsache, dass das verwendete Leistungsmessgerät einen über eine gewisse Zeit *gemittelten* Wert ausgibt. *Im Mittel* ist die Leistung des gütegeschalteten Lasers natürlich mit der des cw-Modus vergleichbar, da diese durch die Pumpleistung festgelegt wird (und diese für beide Betriebsmodi vergleichbar ist).

Das die Maximalleistung des gütegeschalteten Lasers tatsächlich deutlich höher ist als die im cw-Modus, lässt sich nur aus dem deutlich helleren frequenzverdoppelten Licht ableiten. Die höhere Leistung führt (auf Grund der Nichtlinearität) zu einem sehr viel höheren Konversionsgrad im KTP-Kristall; es wird also ein größerer Teil der Energie in grünes Licht umgewandelt – die SHG wird effizienter. Es ist also ein Fehlschluss, die höhere Energieflussdichte des grünen Lichts mit einer größeren *mittleren* Leistung des Nd:YAG-Lasers zu erklären.

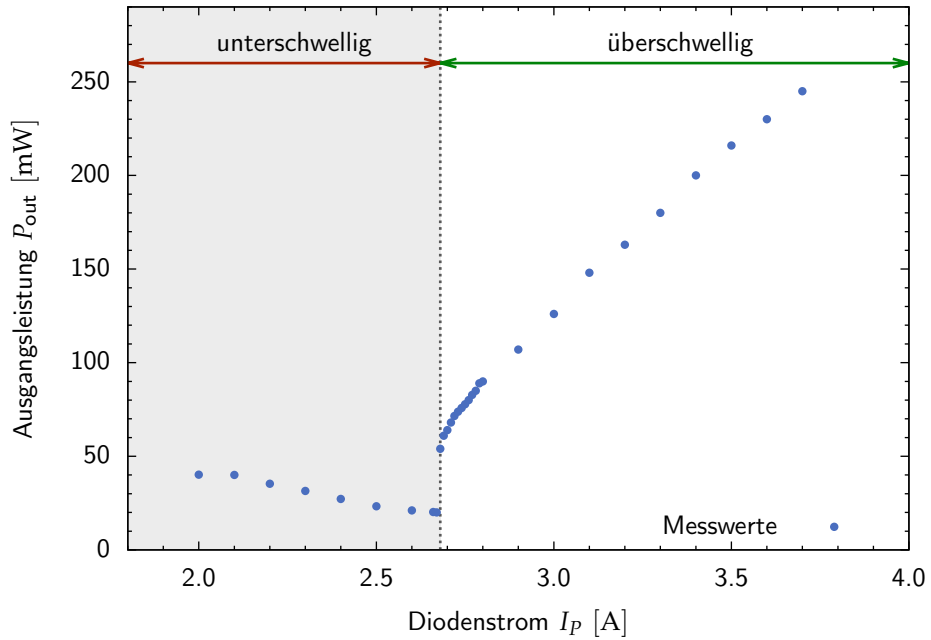


ABBILDUNG 17 : Die Ausgangsleistung P_{out} des gütegeschalteten Nd:YAG-Lasers in Abhängigkeit vom **Diodenstrom** I_p der Pumplichtquelle. Gemessen wurde die Leistung des infraroten Laserlichts *vor* der Frequenzverdopplung.

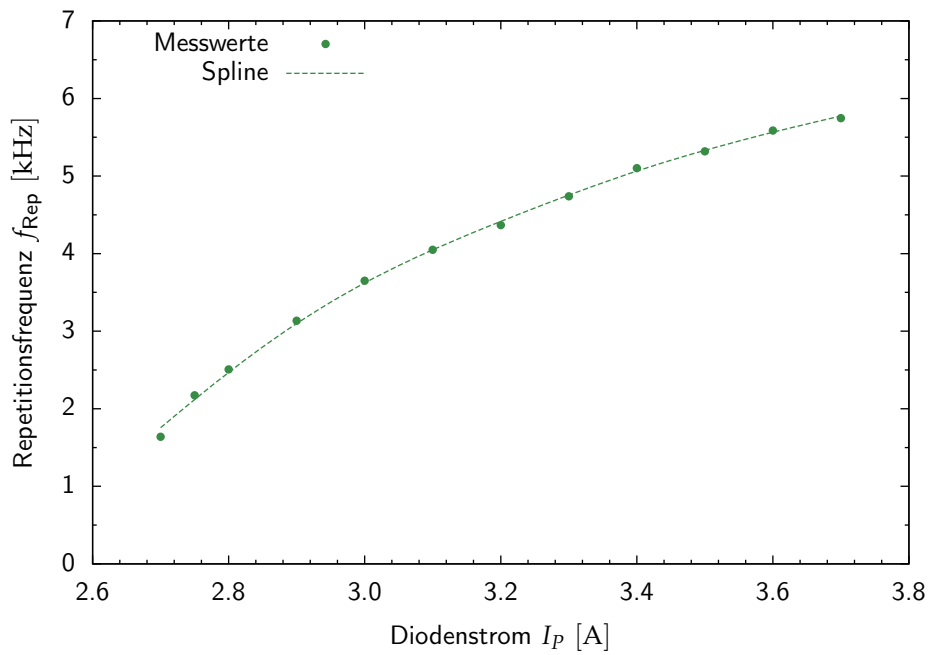


ABBILDUNG 18 : Die **Repetitionsrate** f_{Rep} des gütegeschalteten Nd:YAG-Lasers in Abhängigkeit vom **Diodenstrom** I_p der Pumplichtquelle.

2.4.2 Abhängigkeit der Repetitionsrate vom Diodenstrom

Die Repetitionsrate des gütegeschalteten Lasers in Abhängigkeit vom Diodenstrom ist in Abb. 18 dargestellt. Wie zuvor wurden die Messungen direkt hinter dem Resonator am infraroten Licht des Nd:YAG-Lasers vorgenommen. Die Raten wurden am digitalen Oszilloskop abgelesen, die dieses dank Peak-Erkennung direkt ausgibt.

Die Repetitionsraten liegen im kHz-Bereich, d.h. die zeitlichen Abstände zwischen den Pulsen belaufen sich auf einige $100 \mu\text{s}$. Man erkennt ein stetiges Ansteigen der Frequenz mit zunehmendem Diodenstrom (i.e. Pumpleistung). Dies ist nicht weiter verwunderlich, da bei höheren Pumpleistungen die maximale Besetzungsinversion schneller erreicht wird. Auf Grund der dann stattfindenden spontanen Emission tritt auch die Sättigung des Absorbers schneller ein und der nächste Puls wird zeitiger ausgelöst.

Man erkennt zudem, dass die Kurve in Abb. 18 mit höherem Diodenstrom langsamer ansteigt. Anscheinend strebt die Repetitionsfrequenz einer Maximalfrequenz entgegen. Dies hängt damit zusammen, dass die zum Q-Switching gehörenden Prozesse nicht beliebig schnell ablaufen können. So benötigt der Absorber nach der Sättigung eine endliche Relaxationszeit um wieder in den Grundzustand zu gelangen und den Q-Wert zu erhöhen. Da diese Prozesse unabhängig von der Pumpleistung sind und durch den Absorber bestimmt werden, stellen sie eine obere Schranke für die Repetitionsfrequenz dar.

2.4.3 Abhängigkeit der Ausgangsleistung des frequenzverdoppelten Lichts vom Diodenstrom

Die Ausgangsleistung des frequenzverdoppelten Lichts wurde mit der Photodiode und dem Leistungsmessgerät hinter dem KTP-Kristall gemessen. Um nur das grüne Licht zu detektieren, wurde zwischen KTP-Kristall und Photodiode ein Interferenzfilter montiert, der das nicht umgewandelte infrarote Laserlicht herausfiltert. Die Messreihe ist in Abb. 19 dargestellt; sie beginnt bei $I_p = 2.7 \text{ A}$, da dort der Laserbetrieb einsetzt.

Nach einem anfänglich leicht gekrümmten Anstieg erweist sich der Zusammenhang zwischen Ausgangsleistung des *frequenzverdoppelten* Lichts und der Pumpleistung als näherungsweise linear. Dies lässt sich wie folgt verstehen. Sinkt die Pumpleistung (i.e. der Diodenstrom), so sinkt auch die mittlere Leistung des Nd:YAG-Lasers. Würde sich die Repetitionsrate dabei *nicht* ändern, wäre das Absinken der *mittleren* Leistung mit einem Absinken der *maximalen* Leistung verknüpft. Da der Konversionsgrad nichtlinear von der Maximalleistung abhängt, wäre ein überproportional schnelles Abfallen der Leistung des frequenzverdoppelten Lichts die Folge. Dies ist aber nicht der Fall: Die sinkende Repetitionsrate *kompensiert* die sinkende mittlere Leistung, sodass die Maximalleistung weitgehend unverändert bleibt. Folglich ändert sich die Effizienz der SHG kaum mit I_p und die nichtlinearen Effekte kommen nicht zum tragen. Schlussendlich ergibt sich ein (näherungsweise) linearer Zusammenhang zwischen Pump- und Laserleistung.

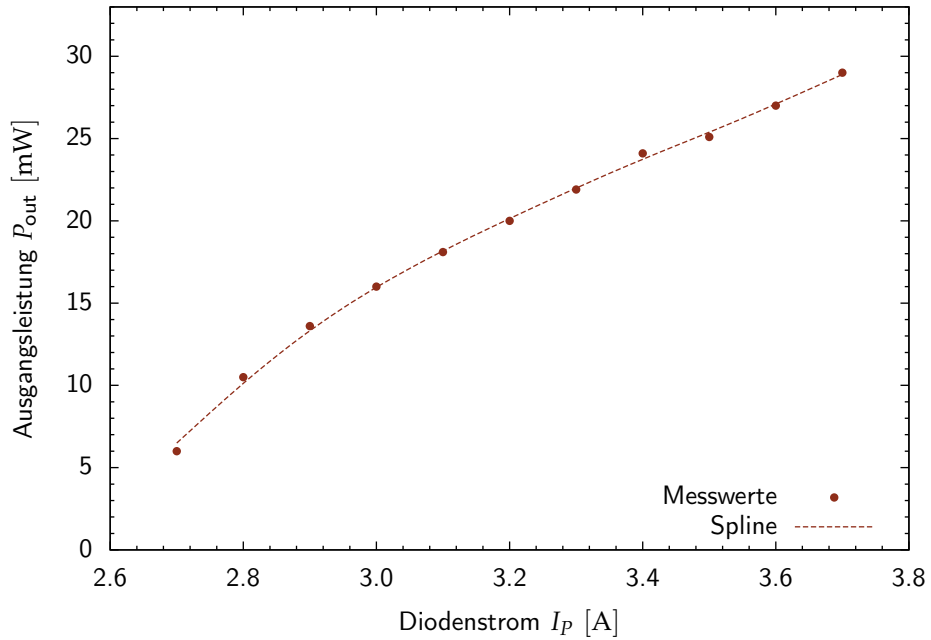


ABBILDUNG 19 : Die Ausgangsleistung P_{out} des **frequenzverdoppelten** Lichts des gütegeschalteten Nd:YAG-Lasers in Abhängigkeit vom **Diodenstrom** I_p der Pumplichtquelle.

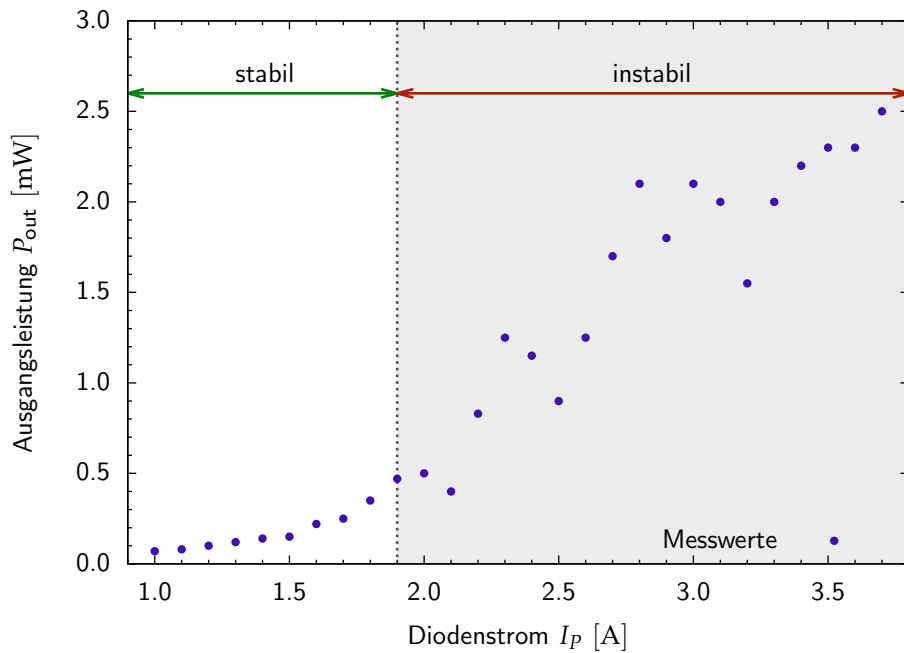


ABBILDUNG 20 : Die Ausgangsleistung P_{out} des **frequenzverdoppelten** Lichts des Nd:YAG-Lasers mit Intra-Cavity-Design in Abhängigkeit vom **Diodenstrom** I_p der Pumplichtquelle.

2.5 Resonatorinterne Frequenzverdopplung

Der letzte Teil dieses Versuches befasst sich mit der resonatorinternen Frequenzverdopplung, auch als *Intra-Cavity-Design* bezeichnet. Zu diesem Zweck wird der Absorber aus dem Resonator durch den KTP-Kristall ersetzt.

Unser Vorgehen war wie folgt:

1. Der Cr:YAG-Kristall wurde aus dem Resonator entfernt. Der Auskoppelspiegel wurde durch einen für infrarotes Licht 100 % *reflektierenden* Spiegel ersetzt. Für sichtbares (also speziell grünes) Licht ist der Spiegel fast vollständig durchlässig. Anschließend wurde der Laserbetrieb hergestellt und optimiert.
2. In den Resonator wurde nun der KTP-Kristall montiert, sodass der ganze Gauß-Strahl den quadratischen Kristall durchdringt. Dies wird am besten in der Nähe der Strahltaile realisiert. Durch Drehen des KTP-Kristalls und Verstellen des Auskoppelspiegels wird die Emission des grünen Laserlichts optimiert.
3. Zum Abschluss messen wir die Ausgangsleistung des frequenzverdoppelten Lichts in Abhängigkeit vom Diodenstrom. Wir filtern das den Resonator verlassende Licht wieder mit dem Interferenzfilter, um etwaige Reste des infraroten Laserlichts von der Messung auszuschließen.

Der gemessene Zusammenhang ist in Abb. 20 dargestellt. Die Leistungen des *resonatorintern* frequenzverdoppelten Lichts sind deutlich geringer als die des *resonatorextern* Erzeugten. Dies kann zum einen auf die Störung des Resonators durch den nichtlinearen Kristall zurückzuführen sein, zum anderen ist der Durchmesser des Gauß-Strahls im Resonator u.U. größer als im Fokus der Linse, die für die resonatorexterne Konversion eingesetzt wurde. Der Hauptgrund ist aber sicher die fehlende Güteschaltung. Durch den cw-Betrieb sind die erreichbaren Spitzenleistungen viel geringer als im vorherigen Versuchsabschnitt.

Weiterhin fällt eine Zweiteilung der Messdaten in Abb. 20 auf, die durch den grau unterlegten Bereich hervorgehoben wird. Bis zu $I_p \approx 1.9 \text{ A}$ wächst die Ausgangsleistung stetig an; anschließend beginnt sie mit sich ändernder Pumpleistung stark zu fluktuieren. Dies weist auf eine Instabilität der Resonatormoden hin. Tatsächlich konnte für hohe Pumpleistungen kein reiner Gauß-Strahl (i.e. TEM_{00} -Mode) mehr erzeugt werden; es waren immer höhere Moden beigemischt. Dies bekräftigt die Instabilitätshypothese. Wie in den Grundlagen angemerkt, ist ein Nachteil des Intra-Cavity-Designs der schwer bis gar nicht zu stabilisierende Resonator. Grund hierfür ist der im Resonator befindliche nichtlineare Kristall.

3 Zusammenfassung

1. Zu Beginn des Versuches wurde ein Nd:YAG-Laser der Wellenlänge $\lambda 1064 \text{ nm}$ aufgebaut. Hierfür wurde ein einseitig verspiegelter Nd:YAG-Kristall und ein Auskoppelspiegel mit 10 % Transmissionsgrad verwendet. Die Resonatorlänge betrug $L = 7 \text{ cm}$.
2. Anschließend wurde die Ausgangsleistung des Lasers in Abhängigkeit vom Diodenstrom der Pumplichtquelle, dem Transmissionsgrad des Auskoppelspiegels sowie der Länge des Resonators gemessen. Überstieg der Diodenstrom eine kritische Stromstärke stieg die Ausgangsleistung stark an, da die Pumpratschwelle erreicht wurde. Weiterhin stellte sich heraus, dass ein Auskoppelgrad von 10 % sowohl praktisch als auch theoretisch zu einer optimalen Ausgangsleistung führt. Die Resonatorlänge hatte für $L \leq 10 \text{ cm}$ kaum Einfluss auf die Laserleistung. Für $L = 10 \text{ cm}$ wurde – in Übereinstimmung mit der Theorie – die Stabilitätsgrenze des Resonators erreicht und der Laserbetrieb setzte aus.
3. Im weiteren Verlauf modifizierten wir den Laser, indem wir einen nichtlinearen KTP-Kristall hinter dem Resonator montierten (resonatorexterne Frequenzverdopplung). Der Laser erzeugte nun grünes Licht der Wellenlänge $\lambda = 532 \text{ nm}$.
4. Um die Konversionseffizienz der SHG zu erhöhen wurde der Laser mit einem Cr:YAG-Kristall im Resonator gütegeschaltet. Die Laserpulse hatten eine typische Breite von $\sim 0.3 \mu\text{m}$ und einen von der Pumpleistung abhängigen Abstand zwischen $160 \mu\text{s}$ und $500 \mu\text{s}$; dies entspricht Repetitionsraten zwischen 6 kHz und 2 kHz . Die Repetitionsrate stieg kontinuierlich mit zunehmender Pumpleistung. Wir bestimmten zudem die Ausgangsleistung des infraroten und des grünen Lichts in Abhängigkeit vom Diodenstrom. Der Laserbetrieb setzte bei einer Stromstärke von $I_p \approx 2.7 \text{ A}$ ein. Die Abhängigkeit der Ausgangsleistung des frequenzverdoppelten Lichts von der Pumpleistung erwies sich für große Diodenströme als weitgehend linear.
5. Zum Abschluss wurde der Laser im cw-Modus betrieben und eine resonatorinterne Frequenzverdopplung durchgeführt. Wegen der geringen Spitzenleistungen im cw-Modus war die Ausgangsleistung des grünen Lichts deutlich geringer. Für Diodenströme unter 1.9 A stieg die Ausgangsleistung stetig mit dem Diodenstrom. Anschließend wurde der Resonator auf Grund des eingebauten KTP-Kristalls instabil und die weiter ansteigende Ausgangsleistung began stark zu fluktuieren.

Abbildungsverzeichnis

1	<p>Links: Schematischer Aufbau eines Lasers, aus [1]. Das aktive Medium befindet sich zwischen zwei Spiegeln, die einen optischen Resonator bilden. Während der linke Spiegel zu 100% reflektiert, ist der rechte sog. Auskoppelspiegel teildurchlässig. Über ihn verlässt ein Teil der Energie den Resonator als Laserlicht. Die Energiezufuhr erfolgt z.B. seitlich über eine Pumplichtquelle (nicht dargestellt). Rechts: Energieschema des Zweiniveausystems, aus [1]. Nach rechts ist die mit dem Entartungsgrad gewichtete Besetzungszahl im Falle einer Besetzungsinversion aufgetragen. Die gestrichelte Linie beschreibt eine Boltzmann-Verteilung mit negativer Temperatur.</p>	5
2	<p>Emissionspektrum eines <i>Multimode</i>-Lasers, aus [2]. Die Verstärkungskurve ist durch die Linienbreite $\delta\nu_L$ des Laserübergangs gegeben. Der Resonator erlaubt nur longitudinale Moden diskreter Wellenlängen. Deren Breite $\delta\nu_R$ wird durch die Güte des Resonators bestimmt und ist zumeist viel kleiner als $\delta\nu_L$. Die Intensität der Lasermoden wird durch ein Lorentzprofil beschrieben. Das Spektrum eines Multimode-Lasers entspricht dann der roten Kurve.</p>	6
3	<p>Oben: Simulation der Intensitätsverteilung (farbcodiert) eines Gaußstrahls mit $\lambda = 30$ mm und $W_0 = 40$ mm, aus [3]. Unten: Schematischer Querschnitt eines Gaußstrahls mit den im Text verwendeten Parametern, aus [4]. .</p>	9
4	<p>Links: Verschiedene Resonatorkonfigurationen, aus [5]. Die Geometrie bestimmt ob, und wenn, welche Moden verlustfrei eingeschlossen werden können. Bis auf die untersten beiden Konfigurationen weisen alle dargestellten Resonatoren stabile Moden mit geringen Verlusten auf. Rechts: Grafische Darstellung des Stabilitätskriteriums (36), aus [5]. In den schraffierten Bereichen sind keine verlustarmen Moden möglich, während in den unschraffierten Bereichen die Strahldurchmesser auf den Spiegeln klein genug sind, sodass ein Einschluss der Energie erfolgen kann. Offensichtlich befinden sich viele der links dargestellten Resonatoren auf der Grenze beider Bereiche. Kleinste Änderungen ihrer Geometrie können daher zu dramatischen Güteverlusten führen.</p>	11
5	<p>Schematische Darstellung zum Prinzip der Frequenzverdopplung, aus [6]. Das primäre Laserlicht (in unserem Fall das Infrarot des Nd:YAG-Lasers, $\lambda_1 = 1064$ nm) wird durch einen nichtlinearen Kristall frequenzverdoppelt (bei uns: grünes Licht, $\lambda_2 = 532$ nm) und lässt sich anschließend z.B. mittels Dispersion in einem Prisma nachweisen.</p>	12
6	<p>Oben: Eingestrahltetes sinusförmiges elektrisches Feld und die resultierende Polarisation bei einem linearen Kristall, aus [5]. Unten: Eingestrahltetes sinusförmiges elektrisches Feld und die resultierende anharmonische Polarisation bei einem nichtlinearen und nicht-zentrosymmetrischen Kristall, aus [5]. Die anharmonisch schwingende Polarisation erzeugt elektromagnetische Wellen mit Komponenten doppelter Frequenz.</p>	13
7	<p>Links: Befindet sich der nichtlineare Kristall außerhalb des Laserresonators, muss der divergente Primärstrahl mit einer Linse auf den Kristall refokussiert werden, sodass die Strahltaile des Gauß-Strahls in ihm zu liegen kommt. Dies ist auf die umgekehrte Proportionalität zwischen Konversionsgrad und Querschnittsfläche des Strahls zurückzuführen, aus [5]. Rechts: Alternativ lässt sich die Konversion auch innerhalb des Resonators durchführen (<i>intracavity SHG</i>). Hier wird der nichtlineare Kristall zwischen aktivem Medium und Resonatorspiegel platziert. Im Vergleich zur externen Konversion ist hier die Effizienz auf Grund der höheren Intensität besser, aus [5].</p>	14
8	<p>Oben: Zeitlicher Verlauf der Besetzungsinversion bei einem Laser mit und ohne Q-Switch, aus [1]. Zur Zeit $t = 0$ wird Q von $Q_1 \approx 1$ auf $Q_2 \gg 1$ geschaltet. Unten: Zeitlicher Verlauf der Photonendichte bei einem Laser mit und ohne Q-Switch, aus [1]. Zur Zeit $t = 0$ wird Q von $Q_1 \approx 1$ auf $Q_2 \gg 1$ geschaltet. Der Leistungspuls bei t_{\max} ist gaußförmig.</p>	15
9	<p>Schematischer Aufbau eines mittels sättigbarem Absorber gütegeschalteten Laserresonators, aus [1]. Der Absorber wird bei hohen Strahlintensitäten innerhalb kürzester Zeit transparent und erhöht so die Kreisgüte sprunghaft. Nach dem Puls steigt die Absorption stark an und verhindert die Strahlungsrückkopplung bis zum nächsten Puls.</p>	16
10	<p>Schematischer Aufbau des Nd:YAG-Lasers, aus [7]. Von links nach rechts: Die Pumplaserdiode wird über ein digitales Steuergerät mit Strom versorgt. Das Pumplicht wird über eine optische Faser zum Aufbau geführt und mittels zweier Linsen kollimiert und auf den Nd:YAG-Kristall fokussiert. Anschließend folgt der austauschbare, rechte Spiegel des Resonators (OC). Hinter dem Resonator können verschiedene optische Elemente aufgebaut werden (Photodiode, KTP-Kristall).</p>	18

11	Oben: Der optische Tisch mit aufgebautem Resonator, Güteschaltung und resonatorexterner Frequenzverdopplung. Hier sind alle in diesem Versuch verwendeten Bauteile zu sehen: Die Pump Laserdiode mit Kühlkörper (1), die beiden Linsen zur Kollimation und Fokussierung auf das Lasermedium (2), der Nd:YAG-Kristall (3), der Cr:YAG-Kristall (4), der Auskoppelspiegel (5), die Linse zur Fokussierung auf den KTP-Kristall (6), der KTP-Kristall (7), der Interferenzfilter (8), die ans Oszilloskop angeschlossene Photodiode (9), die (gerade nicht verwendete) Photodiode zur Leistungsmessung (10), das Digitaloszilloskop (11) und das Leistungsmessgerät (12). Unten: Blick durch den IR-Viewer auf den gütegeschalteten und resonatorextern frequenzverdoppelten Laser in Betrieb. Das helle Leuchten vor dem KTP-Kristall ist das infrarote Laserlicht des Nd:YAG-Lasers.	19
12	Die Ausgangsleistung P_{out} des Nd:YAG-Lasers in Abhängigkeit vom Diodenstrom I_p der Pumplichtquelle.	20
13	Die Ausgangsleistung P_{out} des Nd:YAG-Lasers in Abhängigkeit vom Auskoppelgrad OC des Resonators.	21
14	Die theoretische Ausgangsleistung P_{out} in Abhängigkeit vom Auskoppelgrad OC des Resonators. Die beiden Kurven entsprechen unterschiedlichen internen Resonatorverlusten s . Wichtig ist, dass es einen <i>optimalen Auskoppelgrad</i> OC_{max} gibt, bei dem die Laserleistung ihr Maximum erreicht. Der grau unterlegte Bereich wird von den beiden Maxima der Kurven begrenzt.	22
15	Die Ausgangsleistung P_{out} des Nd:YAG-Lasers in Abhängigkeit von der Resonatorlänge L . Nach oben begrenzt das Stabilitätskriterium den Laserbetrieb; nach unten verhindern die technischen Gegebenheiten eine beliebige Verkürzung des Resonators.	23
16	Leistung des gütegeschalteten Lasers über die Zeit. Abgebildet ist ein einzelner Laserpuls.	25
17	Die Ausgangsleistung P_{out} des gütegeschalteten Nd:YAG-Lasers in Abhängigkeit vom Diodenstrom I_p der Pumplichtquelle. Gemessen wurde die Leistung des infraroten Laserlichts <i>vor</i> der Frequenzverdopplung.	26
18	Die Repetitionsrate f_{Rep} des gütegeschalteten Nd:YAG-Lasers in Abhängigkeit vom Diodenstrom I_p der Pumplichtquelle.	26
19	Die Ausgangsleistung P_{out} des frequenzverdoppelten Lichts des gütegeschalteten Nd:YAG-Lasers in Abhängigkeit vom Diodenstrom I_p der Pumplichtquelle.	28
20	Die Ausgangsleistung P_{out} des frequenzverdoppelten Lichts des Nd:YAG-Lasers mit Intra-Cavity-Design in Abhängigkeit vom Diodenstrom I_p der Pumplichtquelle.	28

Literatur

- [1] KNEUBÜHL, F.K. ; SIGRIST, M.W.: *Laser*. Vieweg + Teubner, 2008 (Teubner Studienb. Ch. Physik). – ISBN 9783835101456
- [2] WIKIPEDIA: *Laser*. <http://de.wikipedia.org/wiki/Laser>. Version: 2012. – [Online; Stand 17. Mai 2012]
- [3] WIKIPEDIA: *Gaussian beam*. http://en.wikipedia.org/wiki/Gaussian_beam. Version: 2012. – [Online; accessed 17-May-2012]
- [4] WIKIPEDIA: *Gauß-Strahl*. <http://de.wikipedia.org/wiki/Gau%C3%9F-Strahl>. Version: 2012. – [Online; Stand 17. Mai 2012]
- [5] YARIV, Amnon: *Quantum electronics*. Wiley, 1989. – ISBN 9780471609971
- [6] WIKIPEDIA: *Second-harmonic generation*. http://en.wikipedia.org/wiki/Second-harmonic_generation. Version: 2012. – [Online; accessed 17-May-2012]
- [7] UNIVERSITÄT STUTTGART (Hrsg.): *Fortgeschrittenen Praktikum: Nichtlineare Optik*. Universität Stuttgart