

Elektronikpraktikum im WS 2010/11

UNIVERSITÄT STUTTGART

Protokoll zum Versuch

V04: Signalausbreitung auf Leitungen

Stephan Ludwig, Nicolai Lang

21. November 2010

Zusammenfassung

Im folgenden Versuch wird der Einfluss von Leitungen auf die Signalausbreitung untersucht. Im ersten Teil wird die Impedanzanpassung einer Leitung manuell durchgeführt indem der Abschlusswiderstand angepasst wird. Anschließend wird die Frequenzabhängigkeit der Dämpfung durch ein langes Kabel untersucht. Der dritte Teil des Versuches befasst sich mit der Abhängigkeit der Signalgeschwindigkeit von der Frequenz in Koaxialleitern. Im vierten Teil wird die gemessene Pulsform sowie die spektrale Zusammensetzung mittels FFT eines am Oszilloskop anliegenden gepulsten Signals analysiert. Abschließend werden die Pulsausbreitung über ein langes Kabel und der Einfluss des Kabelabschlusses auf die gemessene Pulsform untersucht.

Verfasser	Lang, Nicolai (2439501, B.Sc. Physik)
Mitarbeiter	Ludwig, Stephan (2526605, B.Sc. Physik)
Gruppennummer	1-16
Versuchstag	15. November 2009
Betreuer	

Inhaltsverzeichnis

1. Grundlagen	3
1.1. Leitungstheorie	3
1.1.1. Leistungsanpassung	3
1.1.2. Differentialgleichung der homogenen Leitung	3
1.2. Fouriertransformation	6
1.2.1. Definition	6
1.2.2. Beispiele	6
2. Messprinzip, Schaltpläne und Versuchsablauf	8
2.1. Impedanzanpassung	8
2.2. Dämpfung	8
2.3. Dispersion	8
2.4. Pulsformanalyse	9
2.5. Pulsausbreitung	9
3. Berechnungen & Formeln	11
4. Auswertung	12
4.1. Impedanzanpassung	12
4.2. Dämpfung	12
4.3. Dispersion	13
4.4. Pulsformanalyse	14
4.4.1. Signalanstiegszeit	14
4.4.2. Fouriertransformation	15
4.4.3. Bandbreitenbeschränkung	19
4.5. Pulsausbreitung	19
4.5.1. Reflexion am Leiterende	19
4.5.2. Teilweise Reflexion am Signalgenerator	20
4.5.3. Unbekannter Widerstand	25
5. Fehlerrechnung	26
6. Zusammenfassung	27
A. Messwerte	28

1. Grundlagen

1.1. Leitungstheorie

1.1.1. Leistungsanpassung

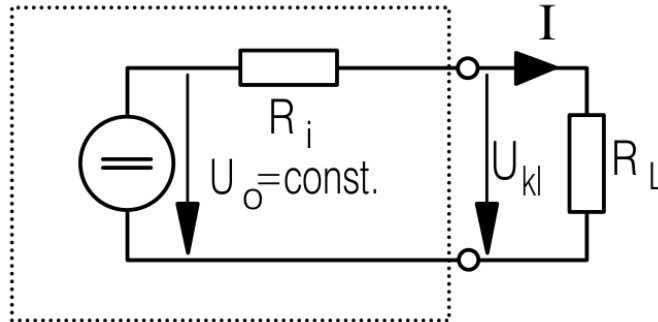


Abbildung 1: Ersatzschaltbild einer realen Spannungsquelle.

In Abb. 1 ist das Ersatzschaltbild einer realen Spannungsquelle mit Innenwiderstand R_i dargestellt. Die dem Verbraucher bereitgestellte Spannung U_{kl} sinkt mit zunehmendem Strom, da dann große Teile der eigentlichen Spannung U_0 am Innenwiderstand der Spannungsquelle abfallen:

$$U_{kl} = U_0 - I \cdot R_i \quad (1)$$

Damit folgt für die Klemmenspannung bei angeschlossenem Verbraucher

$$U_{kl} = U_0 - \frac{U_{kl}}{R_L} \cdot R_i \quad \Leftrightarrow \quad U_{kl} = \frac{U_0}{1 + \frac{R_i}{R_L}} \quad (2)$$

und schließlich für die abgegebene Leistung

$$P_L = U_{kl} \cdot I_L = \frac{U_0}{1 + \frac{R_i}{R_L}} \cdot \frac{U_0}{1 + \frac{R_i}{R_L}} \cdot \frac{1}{R_L} = \frac{U_0^2}{R_L} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{R_i}{R_L}\right)^2} \quad (3)$$

Ableiten nach R_L und Nullsetzen ergibt

$$\frac{\partial P_L}{\partial R_L} = \frac{2U_0^2 R_i}{R_L^3 \left(1 + \frac{R_i}{R_L}\right)^3} - \frac{U_0^2}{R_L^2 \left(1 + \frac{R_i}{R_L}\right)^2} = 0 \quad (4)$$

Wie man leicht sieht folgt $R_L = R_i$ für das Maximum von P_L . Eine solche Schaltung nennt man *leistungsangepasst*. Die übertragene Leistung errechnet sich zu

$$P_L^{max} = \frac{1}{4} \cdot \frac{U_0^2}{R_L} \quad (5)$$

1.1.2. Differentialgleichung der homogenen Leitung

Ersatzschaltung Einen Koaxialleiter kann man sich elektrotechnisch aus infinitesimal kleinen Leiterbausteinen der Länge dx zusammengesetzt denken wie sie in Abb. 2 dargestellt sind. Die gesamte Leitung besteht dann aus einer Kette solcher Elemente (siehe Abb. 3).

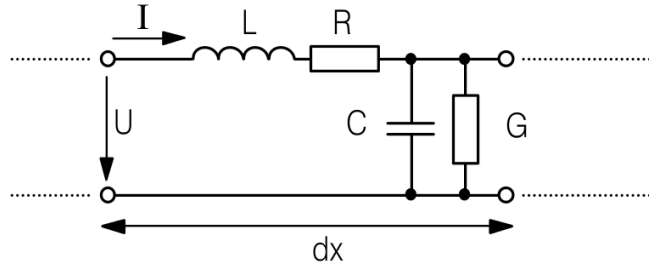


Abbildung 2: Ersatzschaltbild eines Leitungselementes dx.

Um intensive Größen zur Hand zu haben, mit welchen sich die Leitungscharakteristik eines Kabels unabhängig von dessen Länge beschreiben lässt, führt man die sog. *Beläge* ein:

$$L \equiv dL = L' \cdot dx \quad \text{Induktivität von } dx \quad (6)$$

$$C \equiv dC = C' \cdot dx \quad \text{Kapazität von } dx \quad (7)$$

$$R \equiv dR = R' \cdot dx \quad \text{Gleichstromwiderstand von } dx \quad (8)$$

$$G \equiv dG = G' \cdot dx \quad \text{Isolationsleitwert von } dx \quad (9)$$

Die Größen X' werden Induktivitäts-, Kapazitäts-, Widerstands- und Leitwertbelag genannt und geben die entsprechende Größe pro Meter Leitungslänge an. Anstelle der Leckwiderstände der Isolation benutzt man die Leitwerte dG , da sich diese bei Parallelschaltung einfach addieren.

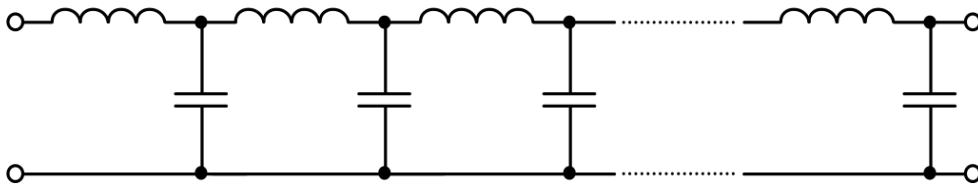


Abbildung 3: Ersatzschaltbild des gesamten Leiters (ohne Leckströme und Leitungswiderstand).

Wellenwiderstand Die Spannung dU die an jedem Element abfällt und der Strom dI welcher von jedem Element direkt abgeleitet wird, ergeben sich zu

$$dU = -(dR \cdot I + dL \cdot \dot{I}) \quad (10)$$

$$dI = -(dG \cdot U + dC \cdot \dot{U}) \quad (11)$$

Mit obigen Definitionen für die Beläge folgen die *Differentialgleichungen der homogenen Leitung*

$$\frac{dU}{dx} = -(R' \cdot I + L' \cdot \dot{I}) \quad (12)$$

$$\frac{dI}{dx} = -(G' \cdot U + C' \cdot \dot{U}) \quad (13)$$

Setzt man näherungsweise $G' \approx 0 \approx R'$ erhält man mit dem Wellenansatz

$$U(x, t) = U_0 \cdot e^{j(\omega t - kx)} \quad \text{und} \quad I(x, t) = I_0 \cdot e^{j(\omega t - kx)} \quad (14)$$

durch Einsetzen in obige Differentialgleichungen erhält man wegen $-kU_0 = -\omega L' I_0$ und $-kI_0 = -\omega C' U_0$ die *Dispersionsrelation*

$$k = \pm \omega \sqrt{L' C'} \quad (15)$$

sowie den *Wellenwiderstand* der Leitung

$$Z := \frac{U_0}{I_0} = \sqrt{\frac{L'}{C'}} \quad (16)$$

Phasen- und Gruppengeschwindigkeit Die *Phasengeschwindigkeit* einer Welle ist diejenige Geschwindigkeit mit der man die Welle “verfolgen” muss um die Phase konstant zu halten. Sie ist gegeben durch die Dispersionsrelation und

$$c_p = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{L'C'}} \quad (17)$$

Die Gruppengeschwindigkeit ist hingegen die Geschwindigkeit mit welcher sich die Einhüllende eines Wellenpaketes fortbewegt. Sie ist gegeben durch

$$c_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{1}{\sqrt{L'C'}} \quad (18)$$

Im Falle einer linearen Dispersionsrelation (wie oben) ist $c_g = c_p$ und die Welle zeigt keine Dispersion, d.h. ein Wellenpaket behält seine Form bei während es sich ausbreitet. Obige Dispersionsrelation gilt nur in der Näherung $G' \approx 0 \approx R'$.

Dämpfung Um Verhältnisse möglichst vieler Größenordnungen übersichtlich darstellen zu können hat sich das logarithmische Pegelmaß etabliert. Für die Feldgröße *Spannung* gilt dann:

$$\text{logarithmischer Pegelunterschied} = L(U_1, U_2) := 10 \cdot \lg \frac{U_1^2}{U_2^2} \text{dB} = 20 \cdot \lg \frac{U_1}{U_2} \text{dB} = 2 \cdot \lg \frac{U_1}{U_2} \text{B} \quad (19)$$

Mit der Einheit $[L] = 1 \cdot \text{dB} = \frac{1}{10} \cdot \text{B}$ (sprich: *dezi-Bel* und *Bel*). Bei Leitungen könnte man das Spannungsverhältnis pro Meter angeben und bei längeren Kabeln dann die einzelnen Dämpfungen der Leitungsabschnitte multiplizieren. Bei Angabe der Dämpfung in dB vereinfacht sich dieses Procedere, da die Dämpfungen dank der Logarithmengesetze nur noch addiert werden müssen. Aus diesem Grund wird die Dämpfung einer Leitung zumeist in $\frac{\text{dB}}{10\text{m}}$ oder $\frac{\text{dB}}{100\text{m}}$ angegeben. Die Gesamtdämpfung ergibt sich dann einfach als Produkt der spezifischen Dämpfung und der Leitungslänge.

Reflexion Die obigen Lösungen der Differentialgleichung legen nahe, dass sich in der Leitung Wellen sowohl hin zum Lastwiderstand als auch in die andere Richtung ausbreiten können. Dieses Phänomen entspricht einer Reflexion der Spannungs- und Stromwellen am Leitungsende, welche durch mangelnde Impedanzanpassung am Lastwiderstand hervorgerufen werden. Der Reflexionsfaktor

$$p := \frac{U_r}{U_e} = \frac{R_L - Z}{R_L + Z} \quad (20)$$

beschreibt diesen Sachverhalt. Hierbei sind U_r bzw. U_e die Amplituden der rücklaufenden bzw. einlaufenden Welle. Reflexion wird demnach verhindert ($p = 0$) wenn $R_L = Z$ gilt. Aus diesem Grund werden offene Enden von Messleitungen aber auch BNC-Netzwerkkabel immer mit einem Abschlusswiderstand versehen.

Beispiel: RG-58C/U Das weitverbreitete Koaxialkabel RG-58C/U wird oft mit BNC-Steckern konfektioniert und als Mess- oder Netzwerkleitung benutzt. Die technischen Daten sind in der folgenden Tabelle aufgelistet.

Bezeichnung	d	r_{bieg}^{min}	Z	$L(145\text{MHz})$	$L(432\text{MHz})$	$L(1.3\text{GHz})$
RG-58C/U	4.95mm	25mm	$50 \pm 2\Omega$	$17.8 \frac{\text{dB}}{100\text{m}}$	$33.2 \frac{\text{dB}}{100\text{m}}$	$64.5 \frac{\text{dB}}{100\text{m}}$

Tabelle 1: Technische Daten des Koaxialkabels RG-58C/U (Quelle: Wikipedia). Hier ist d der Außendurchmesser, r_{bieg}^{min} der minimale Biegeradius, Z der Leitungswellenwiderstand und $L(\cdot)$ die Dämpfung bei der angegebenen Frequenz.

1.2. Fouriertransformation

1.2.1. Definition

Im einfachsten Fall der L^1 -Fouriertransformation sei eine Funktion $f \in L^1(\mathbb{R}^n)$ gegeben. Dann ist die Fouriertransformierte definiert durch

$$\mathcal{F}[f](t) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}}} \int_{\mathbb{R}^n} f(x)e^{-itx} dx \tag{21}$$

Ist $\mathcal{F}[f] \in L^1(\mathbb{R}^n)$, so existiert die inverse Fouriertransformierte mit

$$f(x) = \mathcal{F}^{-1}[\mathcal{F}[f]](x) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}}} \int_{\mathbb{R}^n} \mathcal{F}[f](t)e^{ixt} dt \tag{22}$$

Oft müssen Messreihen aus endlich vielen, diskreten Werten spektral analysiert werden. Hierfür definiert man die diskrete Fouriertransformation (DFT), welche in einer speziellen Implementierung auch FFT (*Fast-Fourier-Transform*) genannt wird.

Sei $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_{N-1}) \in \mathbb{C}^N$ (dies könnte z.B. eine Messreihe aus N aufgenommenen Spannungswerten eines Zeitsignals sein). Dann ist die diskrete Fouriertransformierte gegeben durch

$$\hat{\mathbf{x}} = (\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_{N-1}) \quad \text{mit} \quad \hat{x}_k = \sum_{j=0}^{N-1} e^{-2\pi i \cdot \frac{jk}{N}} \cdot x_j \tag{23}$$

Auch hierfür existiert eine Rücktransformierte.

Die Fouriertransformation (ob kontinuierlich oder diskret) zerlegt eine Funktion in ihre spektralen Anteile. Die Fouriertransformierte ist also eine Funktion der Frequenz, welche angibt, mit welchem Gewicht eine harmonische Schwingung eben dieser Frequenz aufsummiert (bzw. integriert) werden muss, um die ursprüngliche Funktion zu erhalten. Dabei gilt: Je "glatter" und "sinus- bzw. cosinusförmiger" eine Funktion ist, desto schärfer wird der Peak der Fouriertransformierten im Frequenzraum. Umgekehrt: Funktionen mit Unstetigkeiten (z.B. Sprüngen) enthalten sehr viele verschiedene Frequenzen und erfordern daher ein breites, langsam abfallendes Spektrum im Frequenzraum.

1.2.2. Beispiele

Deltadistribution Die Diracsche Delta-Distribution (oftmals fälschlicherweise als "Deltafunktion" bezeichnet) ist definiert als lineares stetiges Funktional auf dem Raum der Testfunktionen $\mathcal{D}(\mathbb{R}^n)$ gemäß

$$(\delta, f) \equiv \delta[f] := f(0) \quad \text{mit} \quad f \in \mathcal{D}(\mathbb{R}^n) \tag{24}$$

In der Praxis wird die Delta-Distribution oft mit einem "unendlich hohen" und "unendlich schmalen" Peak identifiziert wobei man sich bewusst sein muss, dass dies nur eine Näherung an das mathematische Objekt in Hinsicht auf gewisse Eigenschaften sein kann. Die Fouriertransformierte der eindimensionalen Delta-Distribution ergibt sich in etwas unsauberer Schreibweise zu

$$\mathcal{F}[\delta](t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-itx} \delta(x) dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \tag{25}$$

Nach der in der Physik üblichen Definition der Fouriertransformation wird auch oft $\mathcal{F}[\delta](t) = 1$ angegeben. Man erkennt an der Delta-Distribution anschaulich die oben erwähnte Eigenschaft der Fouriertransformation: Der "scharfe" Peak benötigt viele (nämlich jede) Frequenzkomponente um durch Summation der einzelnen Komponenten erzeugt werden zu können. Die vollkommen fehlende Periodizität führt dazu, dass keine Frequenz im Frequenzraum ausgezeichnet ist. Die Fouriertransformierte ist also eine konstante Funktion.

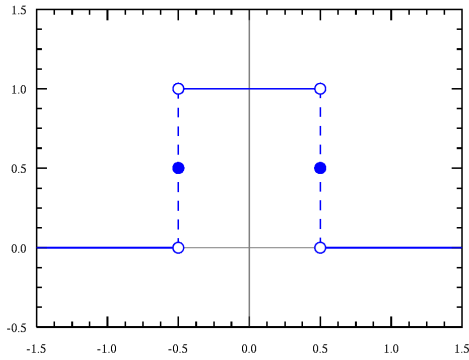


Abbildung 4: Die rect-Funktion.

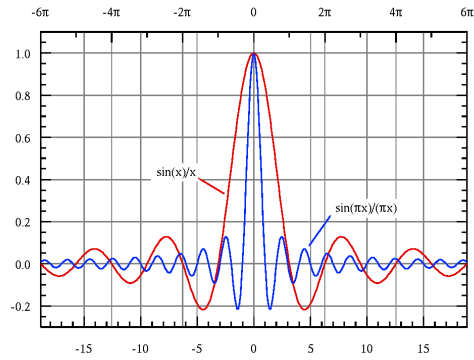


Abbildung 5: Die Sinc-Funktion.

Rechteckfunktion Da ein zeitunbegrenzttes Rechtecksignal nicht in $L^1(\mathbb{R})$ liegt, ist es auch nicht fouriertransformierbar. Die elementare Rechteckfunktion

$$\text{rect}(t) = \begin{cases} 0 & \text{wenn } |t| > \frac{1}{2} \\ 1 & \text{wenn } |t| \leq \frac{1}{2}. \end{cases} \quad (26)$$

liegt offenbar in $L^1(\mathbb{R})$ und ist damit fouriertransformierbar. Die einfache Rechnung ergibt

$$\mathcal{F}[\text{rect}](t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} e^{-itx} 1 \, dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^{i\frac{t}{2}} - e^{-i\frac{t}{2}}}{it} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \text{sinc}\left(\frac{t}{2}\right) \quad (27)$$

mit der aus der Optik bekannten Sinc-Funktion

$$\text{sinc}(x) = \frac{\sin(x)}{x} \quad (28)$$

2. Messprinzip, Schaltpläne und Versuchsablauf

2.1. Impedanzanpassung

Messprinzip und Versuchsaufbau Der Funktionsgenerator wird über ein 1m-Koaxialkabel mit CH1 des Oszilloskops verbunden. Der Sync-Ausgang des Funktionsgenerators wird ebenfalls über ein 1m-Koaxialkabel mit dem Trigger-Eingang des Oszilloskops verbunden. Das Oszilloskop wird auf *externe Triggerung* gestellt. Am Funktionsgenerator wird ein Sinussignal mit $\nu = 1\text{MHz}$ und $3V_{rms}$ ausgegeben.

Versuchsablauf

- Die mit obigen Einstellungen beobachtbare Signalamplitude wird mit Hilfe des Oszilloskops gemessen.
- Im Anschluss wird mit einem BNC-T-Stück direkt am Oszilloskopeingang CH1 ein variabler Abschlusswiderstand angebracht. Mit diesem wird die Leistungsanpassung hergestellt.
- Der zur Leistungsanpassung nötige Abschlusswiderstand wird mit dem Tischmultimeter exakt bestimmt.

Versuchsparameter

- Frequenz $\nu = 1\text{MHz}$
- Spannung $U = 3V_{rms}$

Anmerkungen und Vorkommnisse Keine ◀

2.2. Dämpfung

Messprinzip und Versuchsaufbau Die Einstellung des Generators wird beibehalten. Die Offsetspannung muss auf $U_{off} = 0\text{V}$ gestellt sein. Das Signal wird vom Generator über ein 1m-Kabel bis zu einem BNC-T-Stück an CH1 geführt. An dieses wird zudem ein 10m-Koaxialkabel angeschlossen welches am anderen Ende mit CH2 über ein weiteres BNC-T-Stück verbunden wird. An diesem wird zudem der auf $R_a = 50\Omega$ eingestellte Abschlusswiderstand angeschlossen.

Versuchsablauf

- Für jede Frequenz ν (siehe Versuchsparameter) werden mit Hilfe der Messfunktionen des Oszilloskops die Effektivwerte U_e an CH1 und U_a an CH2 gemessen.

Versuchsparameter

- Frequenzen $\nu \in \{0.1, 0.2, 0.5, 1.0, 2.0, 5.0, 10.0, 20.0, 50.0\}\text{MHz}$
- Spannung $U = 3V_{rms}$
- Offset $U_{off} = 0\text{V}$

Anmerkungen und Vorkommnisse Keine ◀

2.3. Dispersion

Messprinzip und Versuchsaufbau Obiger Aufbau wird beibehalten. Die Empfindlichkeit des Oszilloskops wird an beiden Kanälen auf $10\frac{\text{mV}}{\text{Div}}$ und für die Zeitaufösung auf $10\frac{\text{ns}}{\text{Div}}$ gestellt.

Versuchsablauf

- Für jede Frequenz ν (siehe Versuchsparameter) wird die Laufzeit des Signals durch das 10m-Kabel ermittelt, indem der zeitliche Abstand der beiden Signale an CH1 und CH2 anhand der Divisions abgelesen wird. Als horizontale Ablesepositionen werden die Nulldurchgänge der dargestellten Spannungskurven gewählt.

Versuchsparameter

- Frequenzen $\nu \in \{0.5, 1.0, 2.0, 5.0, 10.0, 20.0, 50.0\}$ MHz
- Spannung $U = 3V_{rms}$
- Offset $U_{off} = 0V$

Anmerkungen und Vorkommnisse Keine ◀

2.4. Pulsformanalyse

Messprinzip und Versuchsaufbau Der Funktionsgenerator wird auf *Pulsbetrieb* gestellt. Pulsbreite, Ansteigzeit, Wiederholfrequenz, Low Level und High Level werden gemäß der unten angegebenen Parameter gesetzt. Der Signalgenerator wird wieder über ein 1m-Koaxkabel direkt mit CH1 verbunden wobei dieses über ein BNC-T-Stück am Oszilloskopeingang zusätzlich mit dem auf 50Ω eingestellten Abschlusswiderstand verbunden ist.

Versuchsablauf

- Die Pulsform an CH1 wird abgespeichert.
- Die 10%-90%-Signalanstiegszeit wird mit der Cursorfunktion des Oszilloskops ermittelt.
- Der Triggerzeitpunkt wird in die horizontale Mitte des Oszilloskop-Bildes gelegt. Anschließend wird die interne *Fast Fourier Transformation* (FFT) des Oszilloskops aktiviert. Im Folgenden werden die Ansteigzeit Δt_a sowie die Pulsbreite Δt_b variiert; das gemessene Spektrum wird abgespeichert.
- Die Anfangsparameter werden wieder eingestellt. Dann wird die Bandbreite des Oszilloskops von 100MHz auf 20MHz begrenzt. Das gemessene Zeitsignal wird abgespeichert.

Versuchsparameter

- Pulsbreite $\Delta t_b = 20ns$
- Ansteigzeit $\Delta t_a = 5ns$
- Pulsbreite $\nu = 100kHz$
- Low Level $U_{low} = 0V$
- High Level $U_{high} = 5V$

Anmerkungen und Vorkommnisse Keine ◀

2.5. Pulsausbreitung

Messprinzip und Versuchsaufbau Der Signalgenerator wird mit dem 1m-Koaxkabel an CH1 über das T-Stück angeschlossen. An dieses wird das 10m-Koaxkabel angeschlossen. Dessen Ende bleibt vorerst offen.

Versuchsablauf

- Das Signal bei offenem Kabelende und Kurzschluss (Abschlusswiderstand auf 0Ω) wird gemessen und abgespeichert.
- Der Abschlusswiderstand wird so eingestellt, dass die Reflexionen am Kabelende verschwinden. Der eingestellte Widerstand wird mit dem Tischmultimeter bestimmt.
- Das Ende des 10m-Koaxkabels wird nun mit CH2 verbunden. Das Messsignal beider Kanäle wird abgespeichert.
- Auf den Ausgang des Signalgenerators wird ein unbekannter Widerstand gesteckt. Nun werden wieder die gemessenen Signale an CH1 für ein offenes, kurzgeschlossenes und Leistungsangepasstes Ende des 10m-Kabels gespeichert.

Versuchsparameter

- Signaltyp Pulssignal
- Pulsbreite $\Delta t_b = 20\text{ns}$
- Ansteigzeit $\Delta t_a = 5\text{ns}$
- Pulsbreite $\nu = 100\text{kHz}$
- Low Level $U_{low} = 0\text{V}$
- High Level $U_{high} = 5\text{V}$

Anmerkungen und Vorkommnisse Keine ◀

3. Berechnungen & Formeln

Im Folgenden ist

- U_a : $[U_a] = 1\text{V}$ die an CH2 (nach dem 10m-Koaxkabel) gemessene Spannung.
- U_e : $[U_e] = 1\text{V}$ die an CH1 (vor dem 10m-Koaxkabel) gemessene Spannung.
- a : $[a] = 1\text{dB}$ die absolute Dämpfung des Kabels.
- A : $[A] = 1 \frac{\text{dB}}{\text{m}}$ die relative Dämpfung des Kabels.
- c_s : $[c_s] = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ die Signalgeschwindigkeit (Gruppengeschwindigkeit).
- Δt : $[\Delta t] = 1\text{s}$ die Zeitdifferenz zwischen Puls an CH1 und Puls an CH2.
- Δt_a : $[\Delta t_a] = 1\text{s}$ die gemessene 10%-90%-Signalanstiegszeit.
- Δt_a^* : $[\Delta t_a^*] = 1\text{s}$ die wahre 10%-90%-Signalanstiegszeit.
- p : $[p] = 1$ der Reflexionsfaktor für eine Spannungswelle am Leiterende.
- U_e : $[U_e] = 1\text{V}$ die einlaufende Spannung.
- U_r : $[U_r] = 1\text{V}$ die reflektierte Spannung.
- R_L : $[R_L] = 1\Omega$ der Lastwiderstand.
- Z : $[Z] = 1\Omega$ der Wellenwiderstand des Koaxialkabels.

Dämpfung Die Kabeldämpfung a und die relative Dämpfung A ergeben sich wie folgt

$$a = 20 \cdot \lg \frac{U_e}{U_a} \text{dB} \quad \text{und} \quad A = \frac{a}{10\text{m}} \quad (29)$$

Dabei ist bei der relativen Dämpfung die Division durch 10m nötig, da das von uns verwendete Kabel gerade diese Länge hatte und Dämpfungen in Dezi-Bel additiv bezüglich der Kabellänge sind.

Dispersion Die Signalgeschwindigkeit ergibt sich zu

$$c_s = \frac{\Delta s}{\Delta t_s} = \frac{10\text{m}}{\Delta t_s} \quad (30)$$

Pulsformanalyse Die wahre 10%-90%-Signalanstiegszeit berechnet sich gemäß

$$\Delta t_a^* = \sqrt{\Delta t_a^2 - \left(\frac{0.35}{\Delta \nu_o}\right)^2} \quad (31)$$

Pulsausbreitung Der Reflexionsfaktor für eine in einem Koaxialleiter laufende und an dessen Ende reflektierte Spannungswelle ist gegeben durch

$$p = \frac{U_r}{U_e} = \frac{R_L - Z}{R_L + Z} \quad (32)$$

Und damit

$$R_L = Z \cdot \frac{U_e + U_r}{U_e - U_r} = \frac{U_e + U_r}{U_e - U_r} \cdot 50\Omega \quad (33)$$

für ein RG-58-Koaxialkabel.

4. Auswertung

4.1. Impedanzanpassung

Ohne Leistungsanpassung Stellt man den Funktionsgenerator auf $U = 3V_{rms}$ und achtet darauf, dass die dort eingestellte Lastimpedanz $R_L = 50\Omega$ ist, fällt auf, dass die Effektivwertanzeige des Oszilloskops $U_{eff} = 6.0V$ anzeigt. Beachtet man nun, dass $R_{CH1} = 1M\Omega$ der Eingangswiderstand des Oszilloskops ist, wird mit Gleichung (32) schnell klar, dass bei einem Wellenwiderstand von $Z = 50\Omega$ fast das vollständige Signal, welches vom Signalgenerator kommt und auf den Oszilloskopingang trifft, reflektiert werden muss. Damit überlagern sich aber einlaufende und reflektierte Welle **ohne** Phasensprung (der hohe Eingangswiderstand entspricht einem offenen Ende) und führen direkt am Eingang zu einem Effektivwert von $U_{eff} = 2 \cdot 3V = 6V$. Es ist zu bemerken, dass der Signalgenerator wegen auf Grund der Einstellung auf $R_L = 50\Omega$ davon ausgeht, dass die gesamte Amplitude des erzeugten Signals vom Lastwiderstand “verbraucht” wird und keine reflektierte Welle entsteht. Dies ist in diesem ersten Versuch natürlich nicht der Fall.

Mit Leistungsanpassung Schließt man nun das Ende des Koaxkabels an CH1 mit Hilfe des BNC-T-Stückes mit einem variablen Abschlusswiderstand ab, so lässt sich durch Drehen am Potentiometer die am Oszilloskop angezeigte Effektivspannung auf $U_{eff} = 3.04V$ einstellen. Offenbar ist der Reflexionsfaktor $p \approx 0$ was nach Gleichung (32) bedeutet, dass der Lastwiderstand (i.e. der Abschlusswiderstand) gerade dem Wellenwiderstand der Leitung entspricht. Mit dem Tischmultimeter messen wir einen eingestellten Abschlusswiderstand von $R_L = 50.11\Omega$. Da wir mit RG-58 Koaxialkabeln arbeiten und diese einen Wellenwiderstand von $Z = 50\Omega$ besitzen bestätigt diese Messung die Idee der Reflexion und insbesondere die Aussage von Gleichung (32).

4.2. Dämpfung

Das zwischen CH1 und CH2 geschaltete 10m-Koaxialkabel führt unweigerlich zur Dämpfung des transmittierten Signals. Es ist daher zu erwarten, dass die gemessenen Effektivwerte an CH2 kleiner sind als die ursprünglichen Werte an CH1. Die gemäß obiger Versuchsbeschreibung gemessenen Effektivwerte an CH1 und CH2 lassen sich nach Gleichung (29) in die absolute Dämpfung a des verwendeten Kabels umrechnen. Im Anschluss ergibt sich die relative Dämpfung A welche wir in Tabelle 2 in der Einheit $\frac{dB}{100m}$ angegeben haben.

ν	U_e	U_a	a	A
[MHz]	[V]	[V]	[dB]	$[\frac{dB}{100m}]$
0.10	3.02	2.96	0.174	1.74
0.20	3.03	2.94	0.262	2.62
0.50	3.05	2.94	0.319	3.19
1.00	3.05	2.90	0.438	4.38
2.00	3.08	2.88	0.583	5.83
5.00	3.02	2.78	0.719	7.19
10.00	2.95	2.76	0.578	5.78
20.00	2.91	2.63	0.879	8.79
50.00	2.83	2.38	1.504	15.04

Tabelle 2: Absolute und relative Dämpfungen des verwendeten RG-58-Koaxialkabels in Abhängigkeit von der Frequenz.

Die relativen Dämpfungen sind in Abb. 6 gegen die Frequenz aufgetragen. Offensichtlich steigt die Dämpfung tendenziell mit der Frequenz an, was auch den Eigenschaften entspricht, welche sich aus Tabelle 1 herauslesen lassen. Da das Koaxialkabel einer parallel zur anliegenden Signalspannung geschalteten Kapazität gleicht und daher die Eigenschaften eines Tiefpassfilters aufweist,

lässt sich verstehen, dass bei hohen Frequenzen die am Ende des Kabels abgreifbare Signalspannung zunehmend kleiner wird. Der in Abb. 6 erkennbare Sprung bei 10MHz passt nicht in dieses Bild und ist nach Tabelle 2 offenbar einem sprunghaften Abfall der Eingangsspannung zu schulden. Woran dies gelegen haben könnte ist den Daten nicht zu entnehmen.

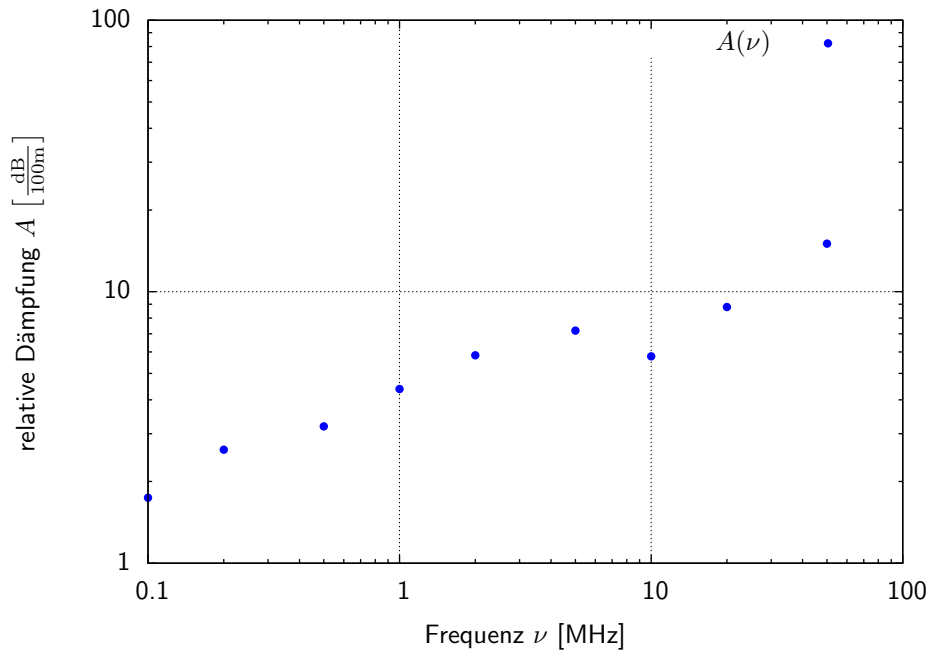


Abbildung 6: Doppellogarithmischer Plot der Dämpfung (pro 100m) A gegen die Frequenz ν .

4.3. Dispersion

Durch Ablesen der Divisions am Oszilloskop wurden die in Tabelle 3 dargestellten Laufzeiten zwischen den Signalen gemessen. Die Signalgeschwindigkeit berechnet sich dann nach Gleichung (30). Man erkennt leicht, dass die Signalgeschwindigkeit im Leiter deutlich unter der im freien Raum (respektive Vakuum) liegt, da $c_s \sim 2 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ aber $c_0 \approx 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

ν	Δt	c_s
[MHz]	[ns]	$\left[\frac{10^8 \text{m}}{\text{s}} \right]$
0.50	58.00	1.72
1.00	56.00	1.79
2.00	54.00	1.85
5.00	52.00	1.92
10.00	52.00	1.92
20.00	52.00	1.92
30.00	52.00	1.92
50.00	52.00	1.92

Tabelle 3: Signalausbreitungsgeschwindigkeit im 10m-Koaxialkabel in Abhängigkeit von der Frequenz.

Die Daten aus Tabelle 3 sind in Abb. 7 halblogarithmisch gegen die Frequenz aufgetragen. Dem Plot zufolge steigt die Signalgeschwindigkeit bis zu $\nu^* \approx 5.0\text{MHz}$ an um dann für höhere Frequenzen konstant zu bleiben. Da die Frequenz-Achse logarithmisch geteilt ist, folgt aus der Linearität des Anstiegs im Plot eine Abhängigkeit der Signalgeschwindigkeit von der Frequenz wie

$$c_s \propto \ln\left(\frac{\nu}{\nu_0}\right) \quad \text{für } \nu \leq 5\text{MHz} \quad (34)$$

Die Frequenzabhängigkeit der Ausbreitungsgeschwindigkeit von Spannungswellen im Koaxialleiter (da wir Sinuswellen ausgemessen haben und diese monochromatisch sind, entspricht die hier gemessene Signalgeschwindigkeit der Phasengeschwindigkeit) wird als *Dispersion* bezeichnet. Sie führt bei nichtharmonischen Signalen (z.B. Rechtecksignalen, s.u.), welche sich aus verschiedenen harmonischen Anteilen zusammensetzen, zu einer Transformation der Signalform, da die einzelnen Konstituentenwellen unterschiedlich schnell voranschreiten.

Es ist leicht einzusehen, dass dieser Effekt vorallem bei der Informationsübertragung mit Hilfe von Spannungspulsen eine entscheidende und begrenzende Rolle spielt, da die eingespeisten scharfen Pulse im Laufe der Übertragung "auseinanderfließen" und am Detektor u.U. nicht mehr registriert werden können. Die Dispersion begrenzt daher die maximale Übertragungsrate und -entfernung, welche zwischen Sender und Empfänger erreicht werden kann.

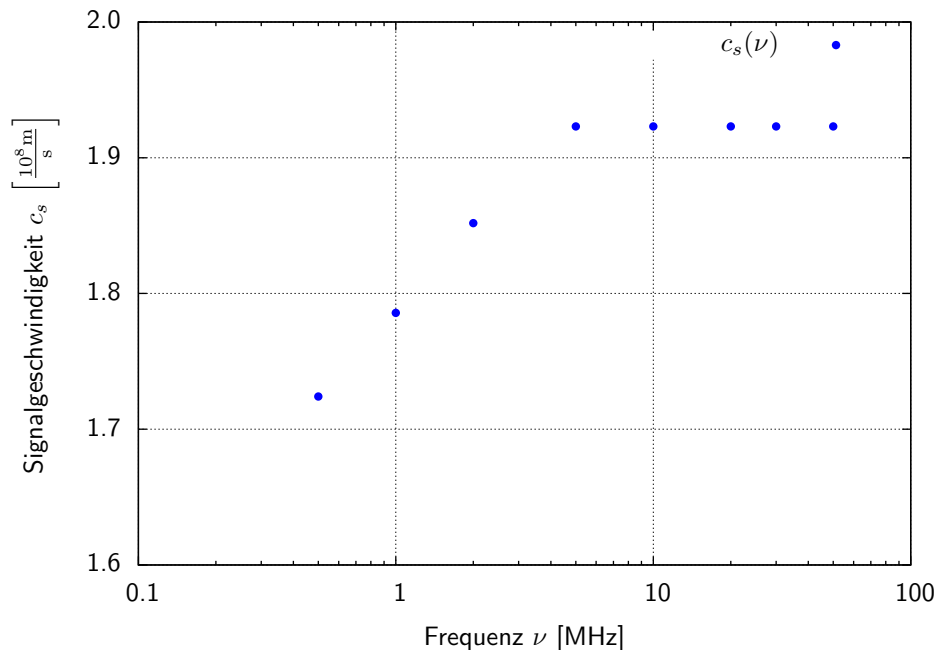


Abbildung 7: Halblogarithmischer Plot der Signalgeschwindigkeit c_s über die Frequenz ν .

4.4. Pulsformanalyse

4.4.1. Signalanstiegszeit

Die am Oszilloskop gemessene Signalamplitude des vom Generator erzeugten Pulssignals (Parameter siehe Versuchsdurchführung oben) ist in Abb. 8 dargestellt. Man erkennt sofort, dass der vermeindliche Rechteckpuls in Wahrheit abgerundete Flanken aufweist. Die 10%-90%-Signalanstiegszeit wurde mit Hilfe der Cursorfunktion des Oszilloskop bestimmt zu $\Delta t_a(1) = 6.4 \cdot 10^{-9}\text{s}$. Gemäß Glei-

chung (31) ergibt sich daraus die wahre Signalanstiegszeit mit $\nu_o = 100\text{MHz}$ zu

$$\Delta t_a^*(1) = \sqrt{(6.4 \cdot 10^{-9}\text{s})^2 - \left(\frac{0.35\text{s}}{100 \cdot 10^6}\right)^2} \approx 5.36 \cdot 10^{-9}\text{s} = 5.36\text{ns} \quad (35)$$

Dieser Wert kommt den am Signalgenerator eingestellten 5ns schon deutlich näher.

In Abb. 8 sind gestrichelt die Linien mit $\underline{U} = 0.49\text{V}$ und $\overline{U} = 4.41\text{V}$ als 10% bzw. 90% Marken eingezeichnet da wir aus den Datensätzen $U_{max} = 4.9\text{V}$ ermittelt haben. Aus jenen Datensätzen lesen wir nun die Zeiten bei diesen Spannungen ab und erhalten $\underline{t} = 12.26 \cdot 10^{-9}\text{s}$ und $\overline{t} = 18.60 \cdot 10^{-9}\text{s}$. Es folgt also $\Delta t_a(2) = 6.34 \cdot 10^{-9}\text{s}$ und damit

$$\Delta t_a^*(2) = \sqrt{(6.34 \cdot 10^{-9}\text{s})^2 - \left(\frac{0.35\text{s}}{100 \cdot 10^6}\right)^2} \approx 5.29 \cdot 10^{-9}\text{s} = 5.29\text{ns} \quad (36)$$

Dieser Wert ist vermutlich genauer, da das Ablesen an Divisions Fehlern unterworfen ist.

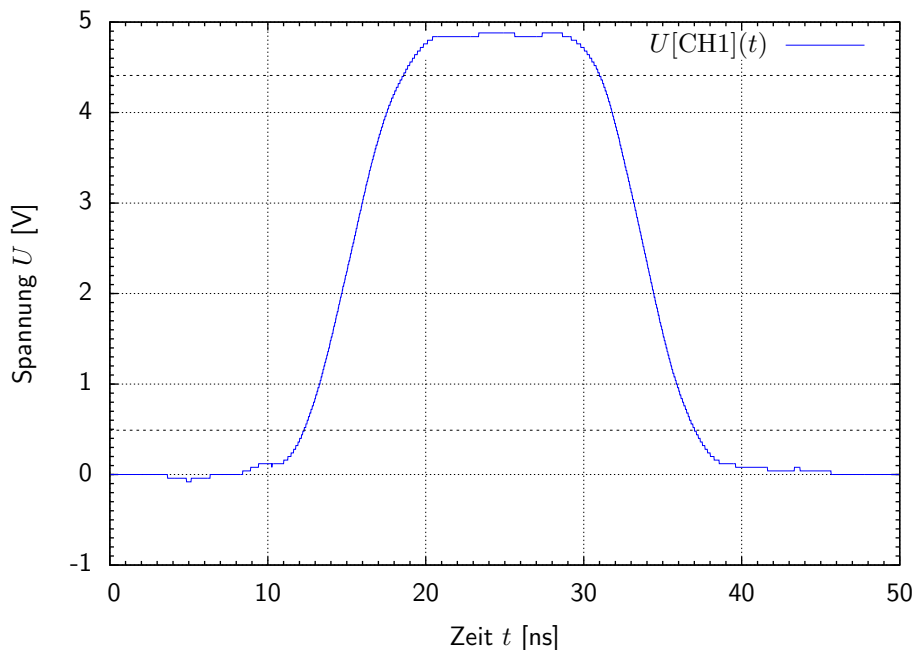


Abbildung 8: Am Oszilloskop gemessenes Pulssignal.

4.4.2. Fouriertransformation

Wie in den Grundlagen erläutert zerlegt die Fouriertransformation das gemessene Zeitsignal in seine harmonischen Anteile und gibt die Gewichtung dieser Frequenzen an. In den Grundlagen wurde ebenfalls gezeigt, dass die Fouriertransformierte eines Rechteckpulses im Idealfall die Sinc-Funktion ergibt. Ein ähnliches Spektrum misst man tatsächlich wie in Abb. 9 dargestellt. Man erkennt den ersten und den zweiten Peak welche von einem Minimum getrennt werden. Dieses liegt fast bei $\nu^* = 50\text{MHz}$ was verständlich wird, wenn man erkennt, dass

$$\nu^* = 50\text{MHz} = \frac{1}{20\text{ns}} = \frac{1}{\Delta t_b} \quad (37)$$

Die erste fehlende Frequenz ist also genau jene, deren Periodenlänge der Pulslänge entspricht. Dies ist auch verständlich, da ein solcher Sinus keinen Beitrag zum auf dem Pulsplateau benötigten

Gleichanteil liefert. Die weiteren fehlenden Frequenzen sind folglich ganzzahlige Vielfache dieser Frequenz ν^* , da auch diese keinen Beitrag leisten. Es fehlen also die Frequenzen

$$\nu_k = k\nu^* \quad \text{mit} \quad k \in \mathbb{N} \quad \text{und} \quad \nu^* = \frac{1}{\Delta t_b} \quad (38)$$

Manipulieren wir nun die Pulsform, so erhalten wir mit den Messdaten in den Abbildungen 10, 11, 12 und 13 folgende Ergebnisse:

- (1) Gemäß Gleichung (38) fehlen jeweils die Frequenz ν^* sowie ganzzahlige Vielfache dieser Frequenz. Erhöhen wir also Δt_b , so erscheinen immer mehr Peaks im beobachtbaren Spektrum, welche zunehmend schmaler werden.
- (2) Je größer die Anstiegszeit Δt_a gewählt wird, desto früher bricht das Spektrum ab. Demnach enthalten Pulse mit scharfen Flanken (Δt_a klein) auch noch sehr hohe Frequenzen in signifikanten Anteilen. Dies ist anschaulich klar, da steile Sprünge in Funktionen nur durch harmonische Funktionen mit sehr großen Frequenzen approximiert werden können. Je größer die Anstiegszeit wird, desto mehr ähnelt der Puls einer Sinuswelle. Das Spektrum in diesem Grenzfall entspricht einem Delta-Peak.

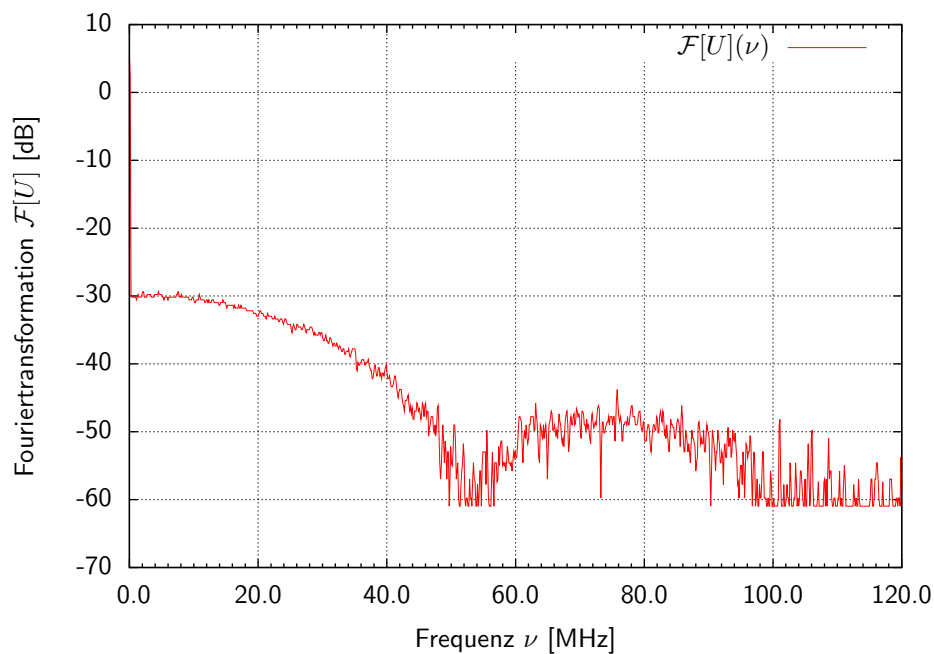
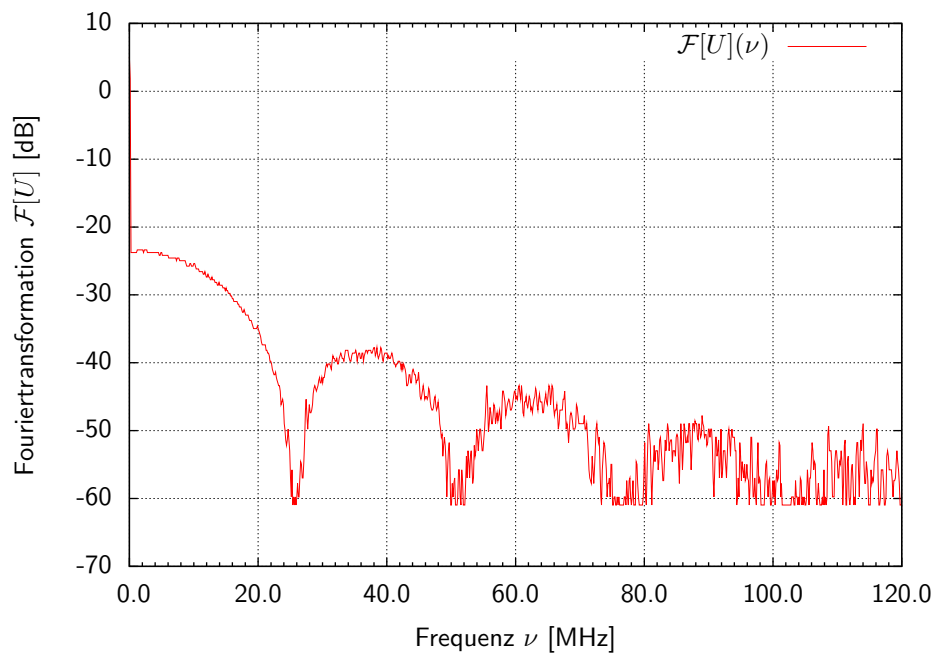
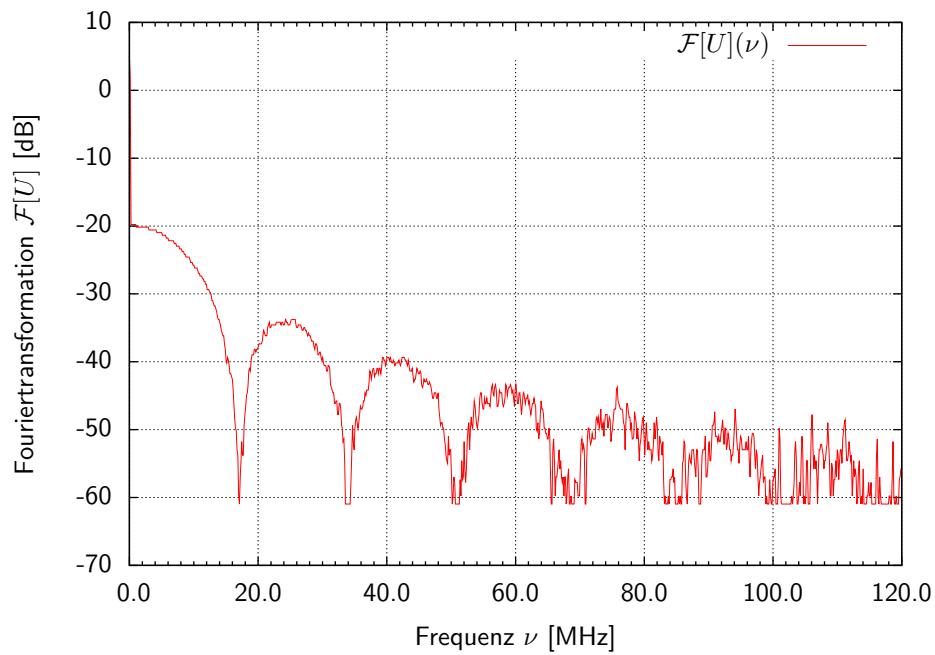
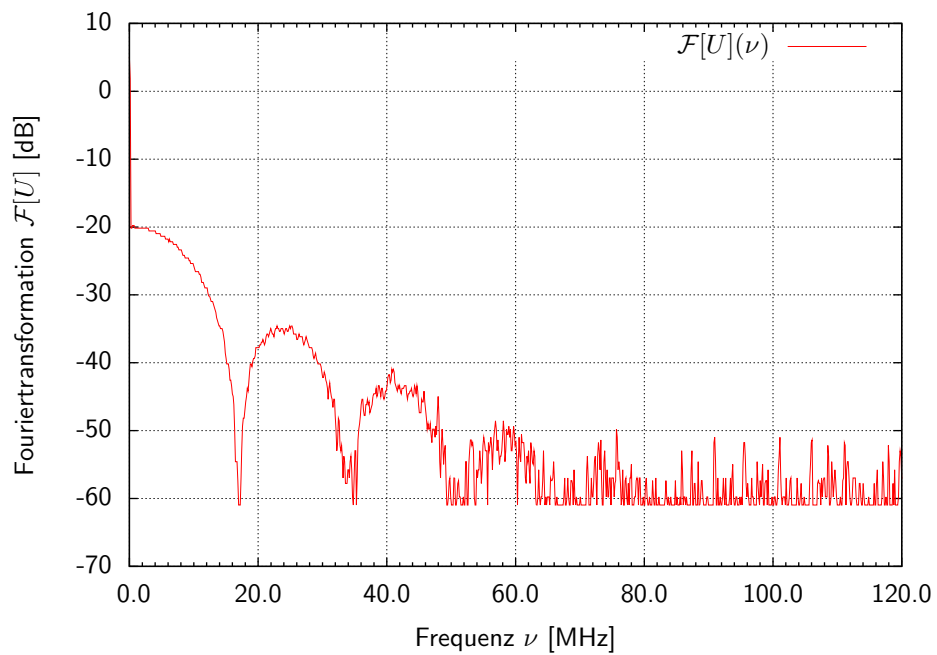
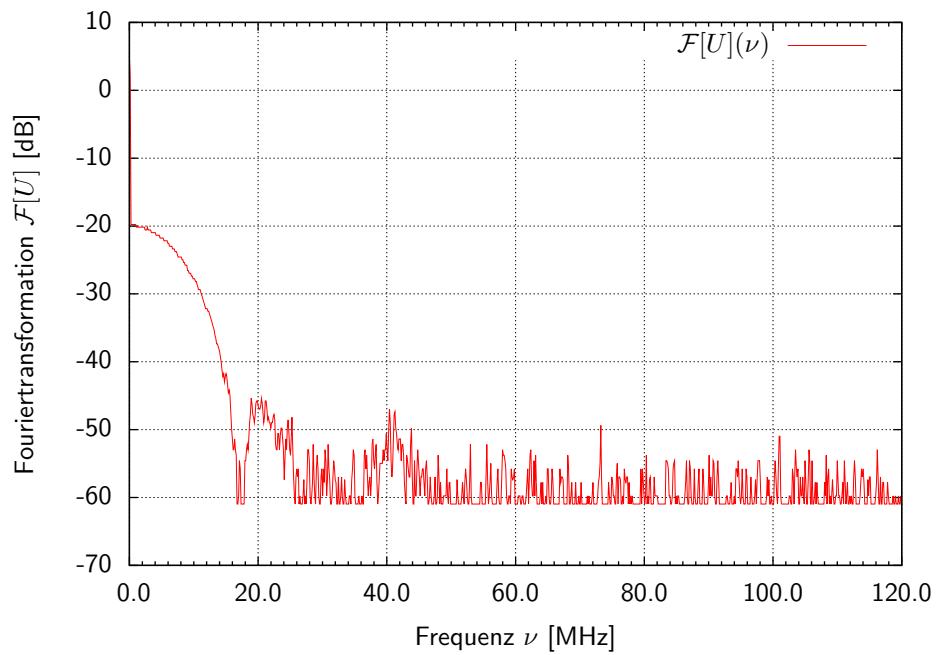


Abbildung 9: Fouriertransformation des Pulssignals @ $\Delta t_a = 5\text{ns}$, $\Delta t_b = 20\text{ns}$.

Abbildung 10: Fouriertransformation des Pulssignals @ $\Delta t_a = 5\text{ns}$, $\Delta t_b = 40\text{ns}$.Abbildung 11: Fouriertransformation des Pulssignals @ $\Delta t_a = 5\text{ns}$, $\Delta t_b = 60\text{ns}$.

Abbildung 12: Fouriertransformation des Pulssignals @ $\Delta t_a = 10\text{ns}$, $\Delta t_b = 60\text{ns}$.Abbildung 13: Fouriertransformation des Pulssignals @ $\Delta t_a = 30\text{ns}$, $\Delta t_b = 60\text{ns}$.

4.4.3. Bandbreitenbeschränkung

Betrachten wir nun das Zeitsignal des Pulses mit den Anfangsparametern, so stellen wir mit Hilfe von Abb. 14 fest, dass eine Beschränkung der Bandbreite des Oszilloskops von 100MHz auf 20MHz den Puls "verwischt" bzw. die Flanken "abrundet". Dies bestätigt unsere obige Theorie, wonach für steile Flanken Fourierkomponenten mit hohen Frequenzen nötig sind. Filtern wir bei der Messung am Oszilloskop diese hohen Frequenzen heraus, so ergibt die gewichtete Summe der übrigen Sinuswellen nicht mehr die Ursprungsform, sondern einen Puls, dessen Flanken man mit $\Delta t_a > 5\text{ns}$ erzeugen hätte können (und dessen Spektrum dann bei spätestens 20MHz abbrechen würde).

Solche Filter im Fourierraum zu benutzen um die Pulsform im Zeitraum (bzw. Ortsraum) zu manipulieren wird z.B. in der Laseroptik angewandt um beliebige Laserpulse zu erzeugen. Hierfür wird der Puls erst mit einem (Gitter-)Spektrographen zerlegt um dann nach dem Durchlaufen eines Filters wieder superponiert zu werden. Die Spektroskopie (bzw. Beugung am Spalt) entspricht hier der Fouriertransformation was man leicht am Beugungsintegral (Fraunhofernäherung) erkennt welches eine eben solche darstellt.

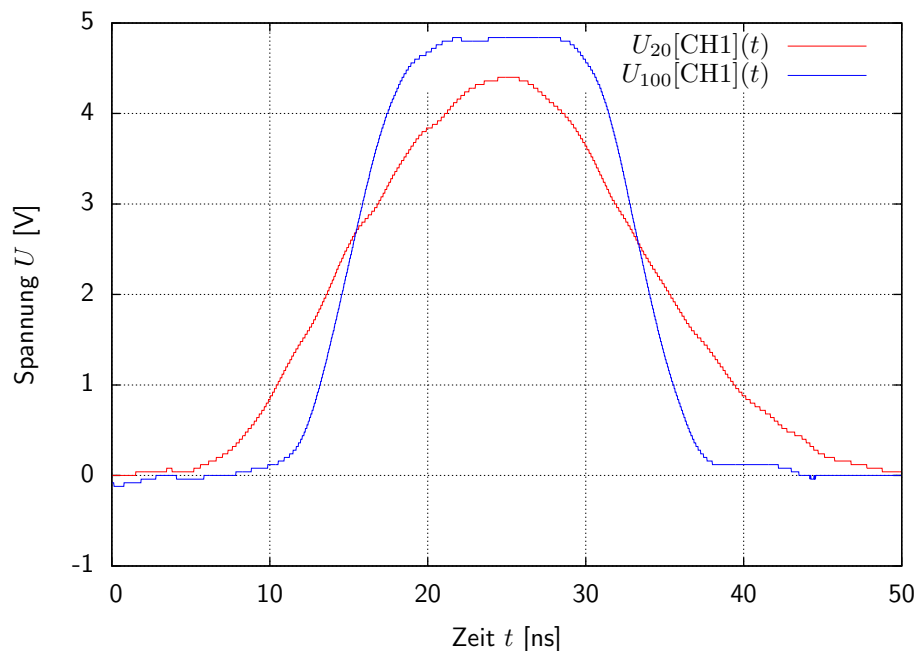


Abbildung 14: Am Oszilloskop gemessenes Pulssignal mit Bandbreitenbeschränkungen von 20MHz und 100MHz.

4.5. Pulsausbreitung

4.5.1. Reflexion am Leiterende

Wird das Leitungsende des 10m-Koaxkabels offen gelassen (Abb. 15), kurzgeschlossen (Abb. 16) oder mit einem Abschlusswiderstand versehen (Abb. 17), ergeben sich folgende Resultate welche man an den zugehörigen Grafiken abliest:

- (1) Beim offenen Kabelende erkennt man den Primärpuls und kurz darauf das Pulsecho, welches durch Reflexion des Pulses am offenen Kabelende hervorgerufen wurde. Dieses Pulsecho ist etwas kleiner als der Primärpuls was vermutlich auf die Dämpfung der Leitung und die

nicht perfekte Reflexion am offenen Ende zurückzuführen ist. Interessanterweise erkennt man noch ein zweites Echo, welches aber viel kleiner als das erste ausfällt. Diese Echo entspricht der Reflexion des ersten Echos am Kabelende *nachdem* dieses am Signalgenerator reflektiert wurde. Dieser kann Trotz Leistungsanpassung durch einen Eingangswiderstand von 50Ω eine Reflexion nicht vollständig vermeiden. Der größte Teil des ersten Echos wird offensichtlich am Eingangswiderstand des Signalgenerators verbraucht.

- (2) Das kurzgeschlossene Kabelende erzeugt ebenfalls ein Pulsecho, welches aus den selben Gründen wie im ersten Fall etwas kleiner ausfällt als der Primärpuls. Im Gegensatz zum offenen Kabelende erfährt der Spannungspuls aber einen Phasensprung von π bei der Reflexion. Dieser führt zu einem negativen Echo bei positivem Primärpuls.
- (3) Um Leistungsanpassung herzustellen muss der Abschlusswiderstand so eingestellt werden, dass das Echo verschwindet bzw. möglichst klein wird. In der Praxis erscheint das Echo als "Unebenheit" geringer Amplitude. Man erkennt, dass der schwach reflektierte Echopuls zuerst eine positive und nach einem Nulldurchgang eine negative Amplitude aufweist. Dies ließe sich dadurch erklären, dass der Abschlusswiderstand zu Beginn etwas zu groß ist (gleichphasige Reflexion) aber im Laufe der Reflexion verringert wird um am Ende eine gegenphasige Reflexion zu verursachen. Dies wäre nur möglich, wenn der Wert des Widerstandes von der Dauer der anliegenden Spannung des Pulses abhinge. Da der Widerstand die vom Puls transportierte Energie zum großen Teil in Wärme umwandelt, könnte die Temperaturabhängigkeit des Widerstandes zu dem besagten Effekt führen. Der Abschlusswiderstand bei erfolgter Leistungsanpassung wurde zu $R_L = 48.51\Omega$ gemessen. Dies korrespondiert wieder nach Gleichung (32) mit dem Wellenwiderstand des RG-58-Koaxialkabels von $Z = 50\Omega$.

An den Pulsechos fällt bei genauer Betrachtung nicht nur die verminderte Amplitude sondern auch eine leichte Formveränderung auf. Die Spitzen der Echos scheinen etwas nach "hinten verbogen" zu sein und die abfallende Flanke läuft flacher aus als beim Primärpuls. Dies lässt sich durch die Dispersion in der Leitung erklären. Durch die unterschiedlichen Laufzeiten der Fourierkomponenten des Primärpulses überlagern sich diese bei der Messung nicht mehr zum ursprünglichen Puls, sondern zu den leicht verformten Echopulsen.

Schließt man nun das Ende des 10m-Koaxkabels an CH2 des Oszilloskops an, so wirkt der Eingangswiderstand von $1M\Omega$ als Abschlusswiderstand. Da $1M\Omega \gg 50\Omega$ entspricht dies praktisch einem offenen Leitungsende an welchem der einlaufende Puls ohne Amplitudenverlust und Phasensprung in die Leitung zurückreflektiert wird. Entsprechend erhalten wir an CH1 wieder einen verzögerten Echopuls etwas geringerer Amplitude und leicht veränderter Form. Wie man in Abb. 18 erkennt wird der eingespeiste Puls an CH2 wie erwartet genau in der Mitte zwischen Primärpuls und Echopuls gemessen. Seine Amplitude hingegen liegt bei ca. 9.5V wohingegen die Primär- und Echopulse nur ca. 5V aufweisen. Dies wird verständlich, wenn man sich die Reflexion am offenen Ende als Superposition der einlaufenden und der gleichphasig auslaufenden Welle vorstellt. In diesem Fall überlagern sich die beiden Wellen direkt an CH2 konstruktiv und erzeugen auf diese Weise eine etwa doppelt so große Spannungsamplitude.

Die Verformungseffekte auf Grund der Dispersion (konkav abgerundete steigende Flanke, konvex abgerundete fallende Flanke) sind auch hier gut zu beobachten. Der Puls an CH2 weist diese Verformungen auch schon auf - wenn auch von geringerem Grad als der Echopuls.

4.5.2. Teilweise Reflexion am Signalgenerator

Im Folgenden wurde der Ausgang des Signalgenerators mit einem unbekanntem Widerstand bestückt. In den Abbildungen 19, 20 und 21 sind die gemessenen Pulse und Echopulse dargestellt:

- (1) Im Fall des offenen Kabelendes erkennt man wieder den Primärpuls. Nun jedoch folgt eine Kaskade äquidistanter Echopulse mit exponentiell abnehmender Amplitude. Bemerkenswert ist, dass der erste Echopuls höher ausfällt als der Primärpuls. Dies erklärt sich dadurch, dass der einmal eingespeiste Impuls zwischen dem offenen Ende und dem nun reflektierenden (aber

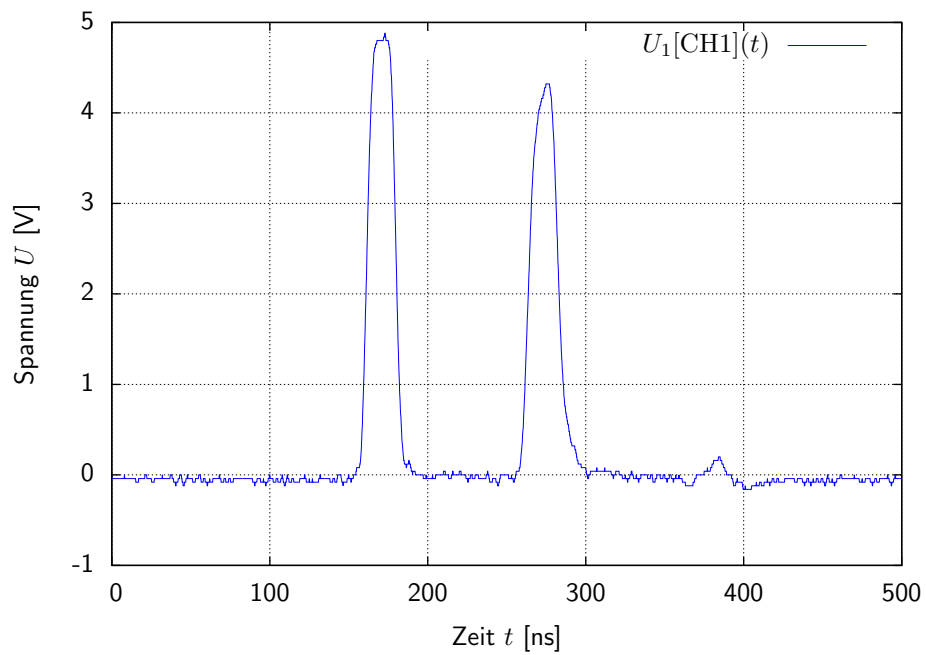


Abbildung 15: Am Oszilloskop gemessenes Pulssignal und Pulsecho mit offenem Leitungsende.

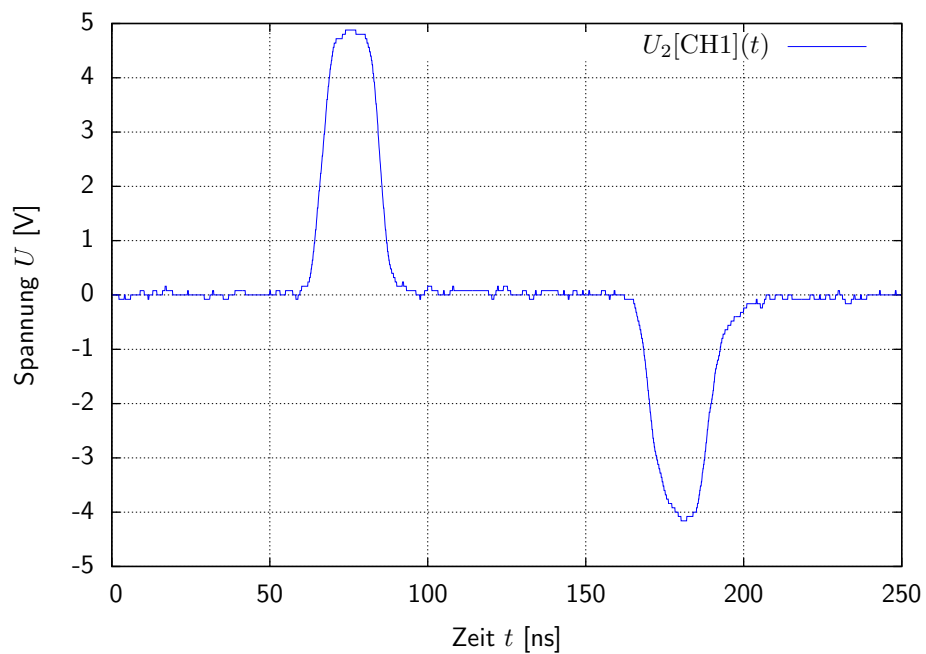


Abbildung 16: Am Oszilloskop gemessenes Pulssignal und Pulsecho mit geschlossenem Leitungsende.

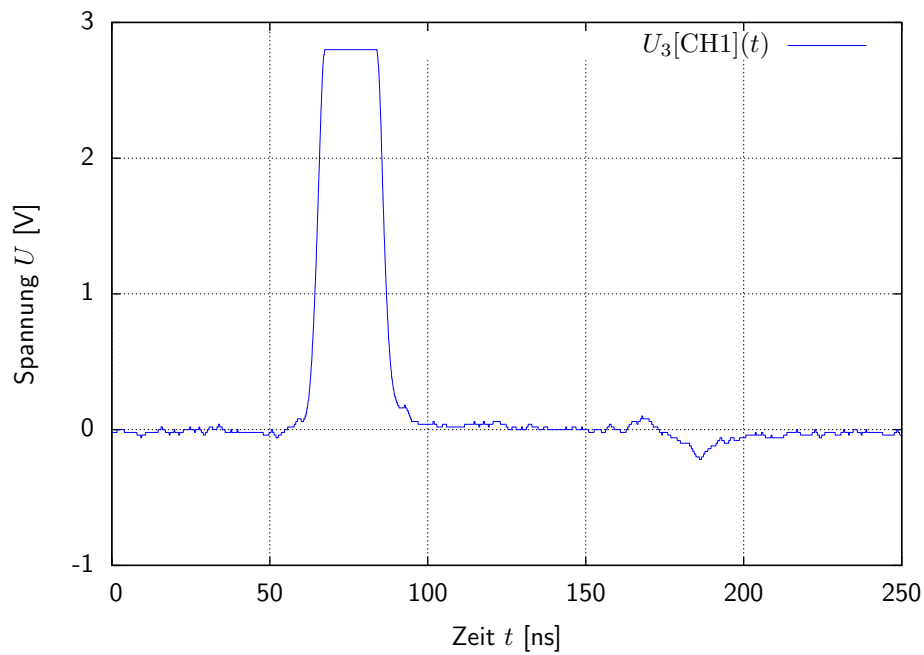


Abbildung 17: Am Oszilloskop gemessenes Pulssignal und Pulsecho mit leistungsangepasstem Leitungsende.

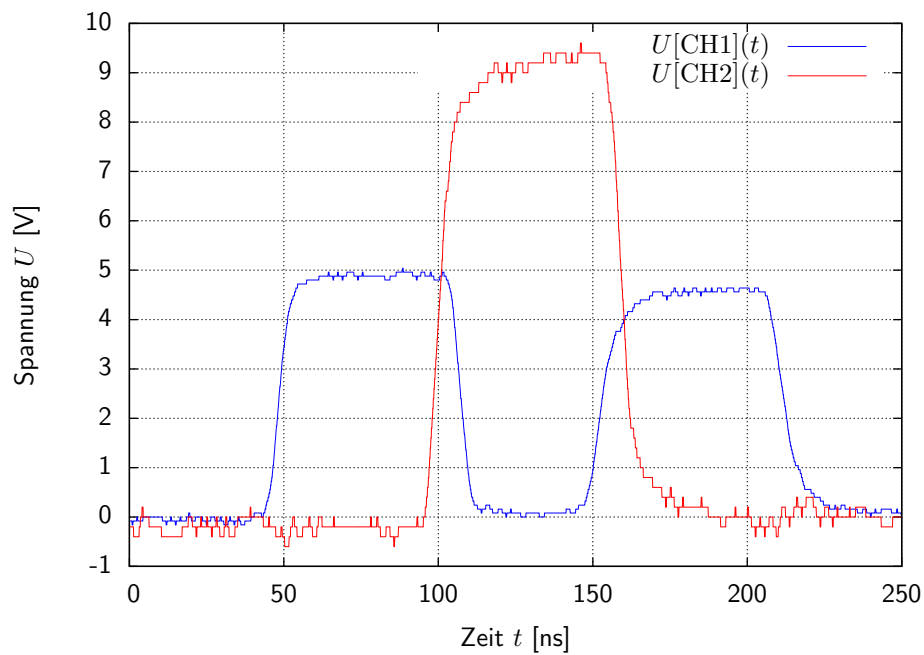


Abbildung 18: Am Oszilloskop gemessenes Pulssignal, Zwischenpuls und Pulsecho.

zugleich absorbierenden) Ende am Signalgenerator hin und her läuft. Jedes mal wenn er vom Signalgeneratoreingang reflektiert wird, verliert er einen Teil seiner Amplitude während er am offenen Ende vollständig reflektiert wird. Beim ersten Echopuls erreicht die Messstelle CH1 (welche nahe am Signalgenerator liegt) der noch ungeschwächte erste Echopuls. Dieser wird nun am Signalgenerator reflektiert und überlagert sich selbst konstruktiv, da die doppelte Strecke von CH1 zum Generatorausgang räumlich kleiner ist als die Ausdehnung des Spannungspulses in der Leitung.

- (2) Bei kurzgeschlossenem Kabelende geschieht im Grunde das Selbe wie beim offenen. Mit dem einzigen Unterschied, dass bei jeder Reflexion am kurzgeschlossenen Ende ein Phasensprung von π auftritt - sich also das Vorzeichen des Echopulses umkehrt. In Folge dessen ergibt sich Abb. 20 aus Abb. 19 indem jeder zweite Puls mit -1 multipliziert wird.
- (3) Stellt man mit Hilfe des Abschlusswiderstandes Leistungsanpassung her, unterdrückt also die Reflexionen am Kabelende möglichst vollständig, spielt der neue Widerstand am Signalgeneratorausgang für die Reflexionen keine Rolle mehr und es ergibt sich fast das selbe Bild wie in Abb. 17. Auch hier erkennt man, dass der erste Echopuls nicht vollständig unterdrückt werden kann. Der einzige Unterschied zum leistungsangepassten Kabelende ohne zusätzlichen Widerstand besteht in der Signalamplitude. Diese ist von ursprünglich 5V auf nun 2V abgefallen. Der Grund hierfür ist der Widerstand am Generatorausgang welcher vermutlich zu einer Rückreflexion eines Teiles des erzeugten Impulses in den Generator führt.

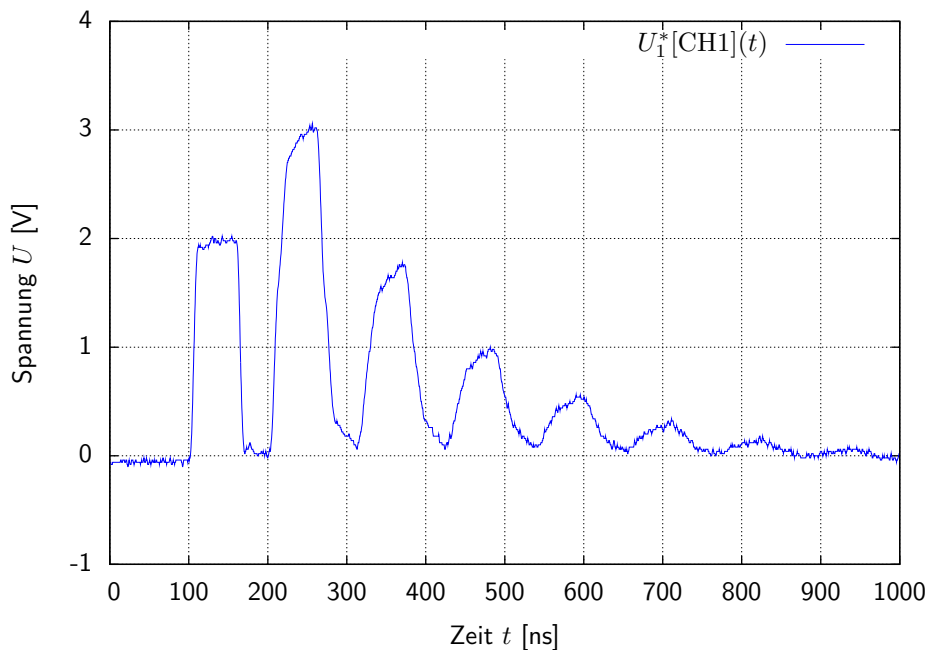


Abbildung 19: Am Oszilloskop gemessenes Pulssignal und Pulsecho mit offenem Leitungsende und erhöhtem Signalgeneratorwiderstand.

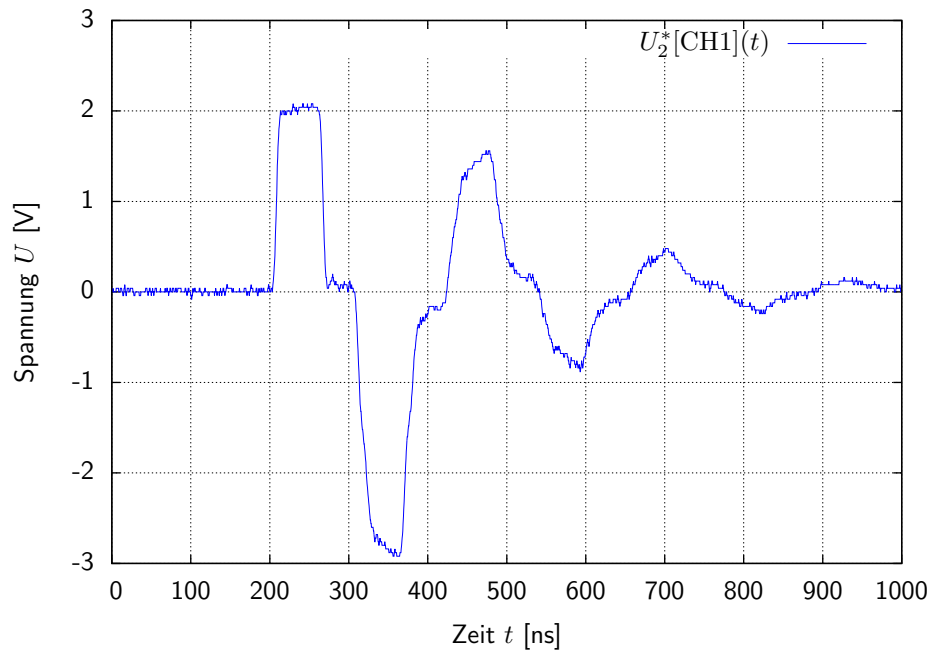


Abbildung 20: Am Oszilloskop gemessenes Pulssignal und Pulsecho mit geschlossenem Leitungsende und erhöhtem Signalgeneratorwiderstand.

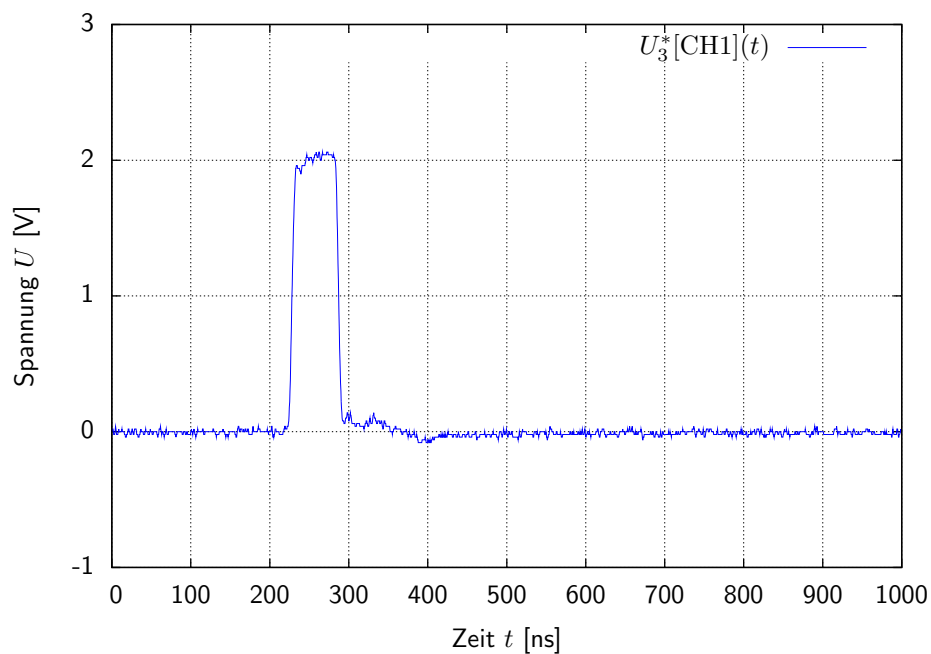


Abbildung 21: Am Oszilloskop gemessenes Pulssignal und Pulsecho mit leistungsangepasstem Leitungsende und erhöhtem Signalgeneratorwiderstand.

4.5.3. Unbekannter Widerstand

In Abb. 22 ist eine weitere Messung der Reflexionen am offenen Kabelende abgebildet, welche mit breiteren Pulsen durchgeführt wurde. Das Muster wurde oben erläutert. Wir wollen nun mit Hilfe von Gleichung (33) den unbekanntem Widerstand am Generator ausrechnen. Hierfür haben wir mit Hilfe der Cursorfunktion des Oszilloskops die Höhe der verschiedenen Echos ausgemessen (als Grundlage diente eine vergleichbare, aber nicht die selbe Messung wie in Abb. 22). Die gemäß Gleichung (33) berechneten Lastwiderstände $R_L(i)$ sind in 4 aufgelistet.

U_e	U_r	$p(i)$	$R_L(i)$
[V]	[V]	[1]	[Ω]
3.28	2.00	0.61	206.25
2.00	1.24	0.62	213.16
1.24	0.72	0.58	188.46
0.72	0.44	0.61	207.14

Tabelle 4: Reflexionsfaktoren und Abschlusswiderstände auf Basis der Echopulse.

Der Mittelwert ergibt sich zu $\overline{R_L} = \langle R_L(i) \rangle_i = 203.75\Omega$. Nun gilt es zu beachten, dass aufgesteckte Widerstand mit dem schon vorhandenen Eingangswiderstand des Funktionsgenerators in Reihe geschaltet ist. Es gilt also:

$$R_u = \overline{R_L} - R_i = 203.75\Omega - 50\Omega = 153.75\Omega \quad (39)$$

Die neue Quellimpedanz ist also $\overline{R_L} \approx 204\Omega$ wohingegen der unbekanntem Widerstand $R_u \approx 154\Omega$ beträgt. Bei diesen Berechnungen wurde die Dämpfung vernachlässigt, welche natürlich auch für einen Anteil der Amplitudenrückgänge verantwortlich ist.

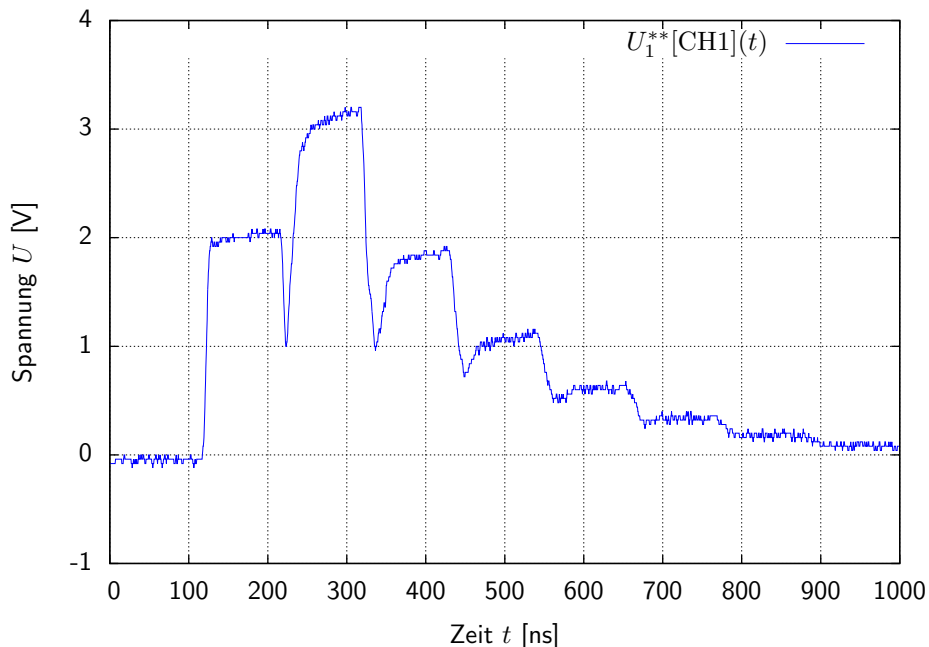


Abbildung 22: Am Oszilloskop gemessenes Pulssignal und Pulsecho mit offenem Leitungsende, erhöhtem Signalgeneratorwiderstand und breiten Pulsen.

5. Fehlerrechnung

Impedanzanpassung In der Leistungsanpassung sollte theoretisch $R_L = Z = 50\Omega$ gelten. Die Abweichung des gemessenen Widerstandes von der Theorie ergibt sich zu

$$\delta [R_L] = \frac{R_L - Z}{Z} = 2.2 \cdot 10^{-3} = 0.22\% \quad (40)$$

Hier spielen die Fehler bei der Berechnung des Effektivwertes am Oszilloskop, die Toleranz des Wellenwiderstandes der Messleitung sowie die Unmöglichkeit eine perfekte Leistungsanpassung herzustellen eine Rolle.

Pulsformanalyse Bei der Messung der Signalanstiegszeit war der Generator auf $\Delta t_a = 5\text{ns}$ eingestellt. Fehler bei der Messung (speziell beim Abzählen der Divisions), die Toleranzen des Signalgenerators bei der Ausgabe des Signal sowie Dispersionseffekte welche die Pulsform ändern sind verantwortlich für die folgenden relativen Abweichungen:

$$\delta [\Delta t_a^*(1)] = \frac{\Delta t_a^*(1) - \Delta t_a}{\Delta t_a} = 0.072 = 7.2\% \quad (41)$$

$$\delta [\Delta t_a^*(2)] = \frac{\Delta t_a^*(2) - \Delta t_a}{\Delta t_a} = 0.058 = 5.8\% \quad (42)$$

Wie zu erwarten ist die Analyse der Datensätze präziser als die manuelle Vermessung am Oszilloskop.

Pulsausbreitung Um eine Abschätzung für den Fehler der berechneten Quellimpedanz zu erhalten berechnen wir den mittleren Fehler der Einzelmessung zu

$$s [R_L(i)] = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 (R_L(i) - \overline{R_L})^2}{4 - 1}} \approx 10.65\Omega \quad (43)$$

Der mittlere Fehler des Mittelwertes ergibt sich zu

$$\Delta [R_L] = \frac{s [R_L(i)]}{\sqrt{4}} \approx 5.32\Omega \leq 6\Omega \quad (44)$$

Also folgt für die Quellimpedanz $R_L = (204 \pm 6)\Omega$ mit einem relativen Fehler von

$$\delta [R_L] = \frac{\Delta [R_L]}{R_L} \approx 0.029 = 2.9\% \quad (45)$$

6. Zusammenfassung

Impedanzanpassung Es wurde der Theorie entsprechend beobachtet, dass der korrekte Effektivwert am Oszilloskop erst dann angezeigt wird, wenn der hochohmige Eingangswiderstand von $1\text{M}\Omega$ des Oszilloskops mit einem parallel geschalteten Abschlusswiderstand auf den Wert des Wellenwiderstandes von 50Ω gesenkt wird.

Dämpfung Die Untersuchung der Dämpfung in Abhängigkeit von der Frequenz ergab in doppellogarithmischer Darstellung einen annähernd linearen Zusammenhang. Dies entspricht einem Potenzgesetz, also

$$A \propto \nu^\alpha \quad \text{mit} \quad \alpha > 0 \quad (46)$$

Die Dämpfung eines Koaxialkabels nimmt demnach mit steigender Frequenz zu. Dies führt speziell in der Hochfrequenztechnik zu Schwierigkeiten.

Dispersion Die Dispersion im Koaxialkabel konnte mit den Messungen bestätigt werden, wobei bis zu einer Frequenz von 5MHz eine Abhängigkeit von

$$c_s \propto \ln\left(\frac{\nu}{\nu_0}\right) \quad (47)$$

beobachtet wurde, während die Signalausbreitungsgeschwindigkeit für $\nu \geq 5\text{MHz}$ nahezu konstant bei $c_s \approx \frac{2}{3}c_0$ blieb. Die hier beobachtete Frequenzabhängigkeit der Phasengeschwindigkeit führt zu den beschriebenen Formveränderungen von Pulsen beim Durchlaufen längerer Leitungsstrecken.

Pulsformanalyse Die Pulsformanalyse ergab zum einen die Anstiegszeiten

$$\Delta t_a^*(1) \approx 5.36 \cdot 10^{-9}\text{s} = 5.36\text{ns} \quad \text{mit} \quad \delta[\Delta t_a^*(1)] = 7.2\% \quad (48)$$

$$\Delta t_a^*(2) \approx 5.29 \cdot 10^{-9}\text{s} = 5.29\text{ns} \quad \text{mit} \quad \delta[\Delta t_a^*(2)] = 5.8\% \quad (49)$$

Des Weiteren konnte mit Hilfe der eingebauten FFT des Oszilloskops die Wirkung einer Fouriertransformation experimentell nachvollzogen werden. Die spektrale Zusammensetzung eines Rechteckpulses konnte weitgehend erklärt werden. Speziell wurde deutlich, dass die Frequenzen

$$\nu_k = k\nu^* \quad \text{mit} \quad k \in \mathbb{N} \quad \text{und} \quad \nu^* = \frac{1}{\Delta t_b} \quad (50)$$

mit der Pulsbreite Δt_b im Spektrum nicht vorhanden sind. Die Bandbreitenbeschränkung des Oszilloskops diente zur Verifikation der Theorie, dass die hochfrequenten Anteile eines Signales für die "Sprünge" und Unstetigkeiten im Signal verantwortlich sind. Eine Bandbreitenbeschränkung wirkt demnach glättend auf den Spannungsverlauf.

Pulsausbreitung Bei der Analyse der Pulsausbreitung stellte sich heraus, dass bei offenen Leitungsenden eine (fast vollständige) Reflexion des Signals ohne Phasensprung stattfindet. Bei kurzgeschlossenem Leitungsende tritt bei der Reflexion ein Phasensprung von π auf was zu einer Umkehr der Spannungsamplitude führt. Stellt man mit einem 50Ω -Abschlusswiderstand Leistungsanpassung her, so lässt sich die Reflexion fast vollständig vermeiden. Der einlaufende Puls wird dabei vom Abschlusswiderstand absorbiert. Fügt man in das Netzwerk (z.B. am Signalgeneratorausgang) einen höheren Abschlusswiderstand ein, so reflektiert dieser bei offenem Leitungsende bei jedem Durchlauf des hin- und her reflektierten Pulses einen gewissen Anteil. Aus den aufeinanderfolgenden, schwächer werdenden Echopulsen ließ sich so die unbekannte Quellimpedanz bestimmen:

$$R_L = (204 \pm 6)\Omega \quad \text{mit} \quad \delta[R_L] = 2.9\% \quad (51)$$

A. Messwerte

.

.

.